

目 录

摘 要.....	1
第一章 绪论.....	3
第二章 相位噪声分析	5
2.1 回顾现有的模型	5
2.2 线性相位时变模型	7
2.2.1 相位增量的脉冲响应	7
2.2.2 相位 - 电压转换	10
2.2.3 相位噪声	11
2.2.4 周期平稳噪声源	13
2.2.5 模拟结果	14
2.2.6 小结	17
第三章 差分 Colpitts 电路设计.....	18
3.1 结构分析	18
3.2 噪声源分析	22
第四章 差分 Colpitts VCO 仿真结果	26
4.1 eldo 仿真.....	26
4.2 小结.....	28
第五章 结 论.....	30
附录.....	31
参考文献.....	31
致谢.....	32

摘要

近年来,无线和移动通讯得到了前所未有的发展,随着通讯需求的不断增长,对可用频带的需求随之上升,对 VCO 的频率稳定性提出了更高的要求。对数字电路而言,追求更高的时钟频率,更小的时钟抖动也是低噪声振荡器设计的重要驱动力。

深入的理解相位噪声的产生机制是设计低噪声振荡器的基础,然而现有的相位噪声模型只给出了概念性的优化思想,对实际设计振荡器缺乏有力的支持。本文主要讨论时变相位噪声模型[1],该模型能对振荡器的相位噪声给出定量的描述,且由于其的时变特性,对电路中周期性噪声源产生的影响也计算在内。该模型很好的解释了低频噪声是如何上变频成为相位噪声的。

基于线性时变模型,本文设计了一个差分 Colpitts 振荡器[2],该设计实例很好地验证了线性时变模型的理论。

本文一共五章。第一章是相位噪声的概述,第二章分析了相位噪声模型,重点介绍时变相位噪声模型。第三章是差分 Colpitts 振荡器的设计实例,分析其结构和噪声源。第四章为差分 Colpitts 振荡器的仿真结果和分析。

关键词: 相位噪声, Colpitts, 线性时变

Abstract

During the last a few years, there has been tremendous growth in wireless mobile systems. This growth has placed stringent requirements on channel spacing and, by implication, on the phase noise of oscillators. Low noise oscillators are also highly desired in the digital world, of course. The continued drive toward higher clock frequencies translates into a demand for ever-decreasing jitter.

Clearly, there is a need for a deep understanding of the fundamental mechanisms for the process of phase noise. Existing models generally offer only qualitative insights, however.

This thesis focuses on a time-variant phase noise model. [1] This model is capable of making quantitative predictions of the phase noise of different types of oscillators. It also takes into account the effect of cyclostationary noise sources in a natural way.

This work is divided into five chapters. The first offers a brief introduction of phase noise, while Chapter 2 reviews the existing models and pays emphasis on the time-variant phase noise model. Chapter 3 shows a design example, differential Colpitts VCO [2], which validates the ISF theory. Finally, a summary of simulated results of differential Colpitts VCO is showed in Chapter 4.

Index terms—Colpitts VCO, phase noise, time-variant

第一章 绪论

理想的振荡器输出频谱是一个脉冲函数，但是由于实际电路中存在各种噪声源，振荡器输出的信号频谱特性都是频罩曲线，如图 1.1 (a)所示。电路中的噪声源可以划分为两大类：器件噪声和外界干扰噪声，前者包括热噪声，闪烁噪声；后者主要包括衬底和电源噪声。

振荡电路中器件的白噪声，在频偏较大的频率上产生 $1/f^2$ 特性的相位噪声；而器件的闪烁噪声在频偏较近的频率范围产生 $1/f^3$ 特性的相位噪声。相位噪声对射频信号的混频非常不利。很大的相位噪声会将很强的邻近干扰信号混频到信道中，造成信号频谱的阻塞现象，从而降低了信道中的信噪比。

一个理想的正弦波可以表示为 $V_{out}(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$ ，其中 A 为振幅， ω_0 为振荡频率， ϕ 为一个任意固定相位，因此其频谱特性为 $\pm\omega_0$ 频率处的两个脉冲函数。实际振荡器中的波形不可能是理想，而应该表示为，

$$V_{out}(t) = A(t)f(\omega_0 t + \phi(t)) \quad (1.1)$$

其中振幅 $A(t)$ 和相位 $\phi(t)$ 都是时间 t 的函数， $f(\bullet)$ 是一个周期为 2π 的函数。由于振幅 $A(t)$ 和相位 $\phi(t)$ 的波动，使得实际的振荡器的频谱在频率 ω_0 处有两个旁带。

通常用两种方法表示振荡器的频率波动：时间域的抖动时间(Jittering Time)和频率域的相位噪声(Phase Noise)。信号的相位噪声通常表示为单边带噪声谱密度与载波功率比(SSCR, Single Sideband-to-Carrier Rate)。为了比较噪声性能的方便，相位噪声往往表示为 1Hz 内单边带噪声谱密度与载波功率比值的分贝形式(dBc/Hz)，

$$L\{\Delta\omega\} = 10 \cdot \log \left[\frac{P_{sideband}(\omega_0 + \Delta\omega, 1\text{Hz})}{P_{carrier}} \right] \quad (1.2)$$

其中 $\Delta\omega$ 为频率偏移量， $P_{sideband}(\omega_0 + \Delta\omega, 1\text{Hz})$ 为频率偏移量 $\Delta\omega$ 处 1Hz 内的单边带噪声谱密度， $P_{carrier}$ 为载波能量。

式 (1.2) 包含了电路中的幅度噪声和相位噪声。通常幅度噪声量可以被限幅电路或者电路的非线性降低甚至消除掉；而相位噪声是不能够通过任何电路去除掉。因此在没有特别声明的情况下，我们只考虑振荡器的相位噪声。

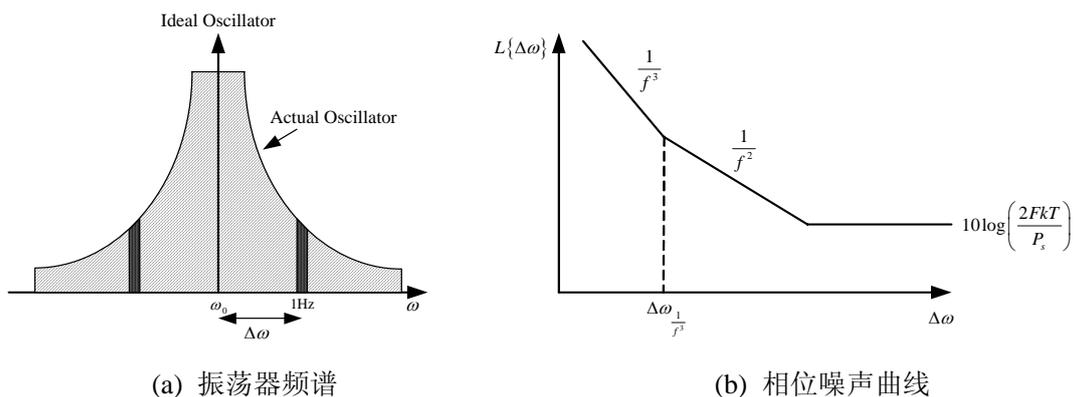


图 1.1 振荡器相位噪声的典型曲线

D. B. Leeson 在 1966 年提出了一种经验噪声模型[3],

$$L\{\Delta\omega\} = 10 \cdot \log \left\{ \frac{2FkT}{P_s} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{2Q_L \Delta\omega} \right)^2 \right] \cdot \left(1 + \frac{\Delta\omega_{1/f^3}}{|\Delta\omega|} \right) \right\} \quad (1.3)$$

其中 F 是一个经验参数, 通常称为器件的额外噪声系数, k 是波尔兹曼常数, T 为绝对温度, P_s 为谐振电路的平均功耗, ω_0 为振荡频率, Q_L 为有载条件下的谐振品质因数, $\Delta\omega$ 为频率偏移量, $\Delta\omega_{1/f^3}$ 为 $1/f^3$ 和 $1/f^2$ 区域的拐点频率。

该模型是建立在电感电容谐振电路的线性时不变假设条件下, 而且额外噪声系数 F 必须通过测试得到, 因此该模型方程(1.3)不具备进行相位噪声预先分析的能力。该噪声模型的典型曲线如图 1.1(b)所示, 相位噪声的 $1/f^3$ 拐角频率点 $\Delta\omega_{1/f^3}$ 与器件的 $1/f$ 噪声拐角频率点 $\Delta\omega_{1/f}$ 相同, 但是实际振荡器相位噪声测试表明 $\Delta\omega_{1/f^3}$ 与 $\Delta\omega_{1/f}$ 是不等的, 因此可以认为 Leeson 模型中的 $\Delta\omega_{1/f^3}$ 频率实际上是一个经验拟合值, 它并不具备任何物理意义。关于两个拐角点之间关系的详细分析将在第二章中详细论述。

第二章 相位噪声分析

2.1 回顾现有的模型

从 1995 年和 1996 年，许多人相继提出了许多新的相位噪声产生的物理机制和分析方法。此处重点介绍以 LC 回路构成的振荡器的相位噪声分析模型。

文献[3]，[4]所提出的相位噪声模型即是所熟知的 Leeson model, 它用线性时不变的分析方法来分析 LC 振荡器。提出了如下的相位噪声特性：

$$L\{\Delta\omega\} = 10 \cdot \log \left\{ \frac{2FkT}{P_s} \cdot \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{2Q_L\Delta\omega} \right)^2 \right] \cdot \left(1 + \frac{\Delta\omega_{1/f^3}}{|\Delta\omega|} \right) \right\} \quad (2.1)$$

正如上一章所提到的。

下面通过应用线性时不变模型来计算 $1/f^2$ 区域的噪声特性。

如图 2.2，RLC 回路的阻抗：

$$Z(\omega_0 + \Delta\omega) \approx \frac{1}{G_L} \cdot \frac{1}{1 + j2Q_L \frac{\Delta\omega}{\omega_0}} \quad (2.2)$$

其中 G_L 是回路的并联寄生跨导。为维持振荡，有源器件向回路补充的平均能量应等于回路消耗的能量。因此，有源器件可以用一个并联的负导纳 $-G_m(V_0)$ 模拟。

对稳态振荡器，应满足方程： $G_m(V_0) = G_L$ 。此时回路的阻抗为：

$$Z(\Delta\omega) = -j \frac{1}{G_L} \cdot \frac{\omega_0}{2Q_L\Delta\omega} \quad (2.3)$$

RLC 回路的等效噪声电流密度为 $i_n^2 / \Delta f = 4kTG_L$ 。另外，有源器件的噪声通常对振荡器的相位噪声有很大的贡献，将所有的噪声源等效为一个用电阻形式表示的有效噪声源 $i_n^2 / \Delta f = 4FkTG_L$ ，其中 F 是有源器件的额外噪声系数。至此，我们可以得到在 $1/f^2$ 区域的相位噪声：

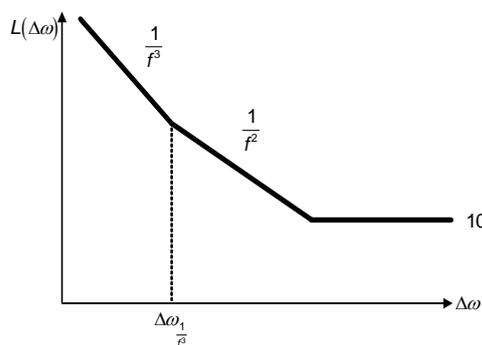


图 2.1 振荡器相位噪声的典型曲线

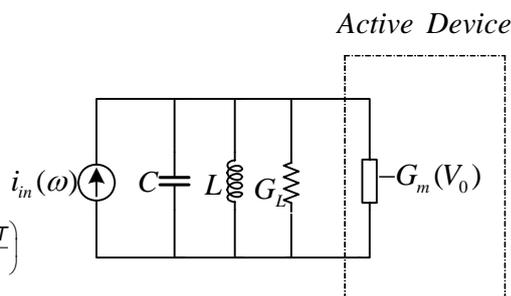


图 2.2 LC 振荡器的等效电路模型

$$\begin{aligned}
 L\{\Delta\omega\} &= 10 \cdot \log\left(\frac{\overline{v_{noise}^2}}{v_{sig}^2}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{\frac{1}{2} \cdot |Z(\Delta\omega)|^2 \cdot \overline{i_n^2} / \Delta f}{\frac{1}{2} \cdot V_o^2}\right) \\
 &= 10 \cdot \log\left[\frac{2FkT}{P_s} \cdot \left(\frac{\omega_0}{2Q\Delta\omega}\right)^2\right] \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

上述方程中 1/2 系数是不考虑幅度噪声的贡献。

图 2.3 形象地展示了器件的白噪声是如何通过 RLC 回路转换为振荡器的相位噪声的。

下面考虑该电路中的具体噪声源，分别是回路的并联电阻 R_p ，电感和电容的串联电阻 R_l , R_c , 以及有源器件 G_m ，如图 2.4 所示。

可以得到相位噪声：

$$L\{\Delta\omega\} = 10 \cdot \log\left[\frac{kT \cdot R_{eff} [1 + A] \cdot \left(\frac{\omega_0}{\Delta\omega}\right)^2}{V_o^2 / 2}\right] \quad (2.5)$$

其中， $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ， $R_{eff} = R_l + R_c + \frac{1}{R_p (\omega_0 C)^2}$ ， $A = \alpha F_{G_m}$ ，和 $G_m = R_{eff} \cdot (\omega_0 C)^2$ 。

此模型中给出了各个噪声源对相噪的贡献关系，但仍存在经验拟合参数 (α, F_{G_m}) ，与 Leeson 噪声模型相比，并没有本质上的提高。

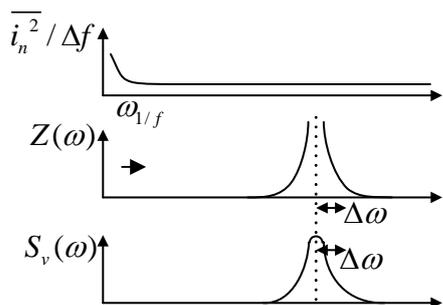


图 2.3 振荡器相位噪声形成图

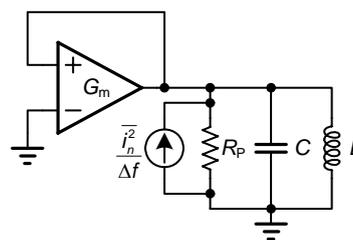


图 2.4 振荡器线性等效模型

Leeson 模型和在其基础上改进的模型，在线性时不变系统假设的前提下，揭示了加性噪声对相位噪声的影响，得出相位噪声随着频偏成 $-20dB$ 斜率下降的结论。这两个模型都没有解释器件低频噪声对振荡器相位噪声的影响，而且无法解释单频噪声在载波两侧都会产生噪声的现象，并且存在经验拟合参数 (α , F_{G_m})，对于仿真没有指导意义。因此该模型仍存在许多待要解决的问题。

2.2 线性相位时变模型

任何振荡器都是一个周期变化的时变系统，因此噪声模型必须精确的考虑振荡电路的时变特性。Hajimiri 噪声模型能够分析平稳噪声，甚至是周期平稳噪声。该特点是之前的线性时不变模型无能为力的地方。

线性相位时变噪声模型还可以分析器件闪烁噪声上变频成为相位噪声的程度与振荡波形对称性的关系。

2.2.1 相位增量的脉冲响应

任何一个振荡器都可以看作是 N 个噪声源为输入，振荡幅度 $A(t)$ 和相位 $\phi(t)$ 为输出的系统。电流噪声源并联在电路的电压节点上，而电压噪声源串联在电路的电流支路上。对于每一个噪声源，系统都可以看作是一个单输入-单输出系统，因此振荡器的幅度 $A(t)$ 和相位 $\phi(t)$ 的时间域响应可以由图 2.5 表示。

图 2.6 是一个理想的电感电容谐振回路。假设该系统在 t 时刻有一个并联的电流脉冲 $i(t)$ ，振荡器的幅度 $A(t)$ 和相位 $\phi(t)$ 的变化将如图 2.6(a),(b)所示。振荡器的瞬时电压变化 ΔV 为，

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{C_{tot}} \quad (2.6)$$

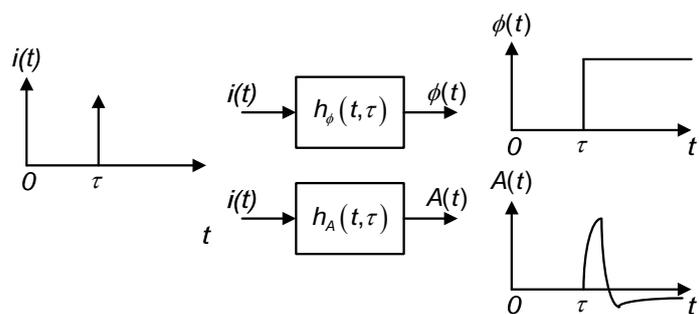
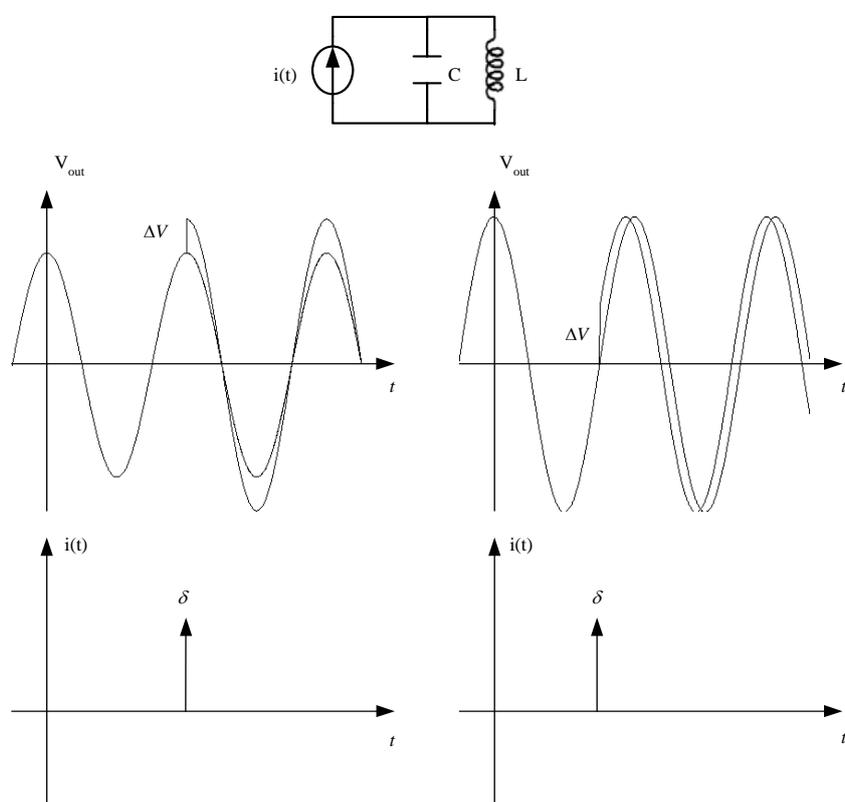


图 2.5 振幅和相位脉冲响应函数



(a) 波峰处脉冲注入

(b) 过零点处脉冲注入

图 2.6 电感电容谐振振荡器脉冲响应

其中 Δq 为电流脉冲注入的电荷总量， C_{tot} 为节点处的总电容。很明显，电流脉冲只会改变电容上的瞬时电压，而不会改变电感中的瞬时电流。从图 2.6 可以看出，当电流脉冲加在电容电压的波峰的时候，将只会改变振荡器的幅度，而不改变振荡的相位(如图 2.6 (a))；当电流脉冲加在电容电压的过零点的时候，将只会改变振荡器的相位，而不改变振荡的幅度(如图 2.6 (b))；当电流脉冲加在其它任何时

刻，将会同时改变振荡器的幅度和相位。因此幅度 $A(t)$ 和相位 $\phi(t)$ 对电流脉冲 $i(t)$ 的响应函数 $h_A(t, \tau)$ 和 $h_\phi(t, \tau)$ 是时变函数。

从图 2.5 中可以看出，电流注入在相位输出中产生一个台阶，该台阶的高度由式 2.7 定义：

$$\Delta\phi = \Gamma(\omega_0\tau) \frac{\Delta V}{V_{\max}} = \Gamma(\omega_0\tau) \frac{\Delta q}{q_{\max}} \quad \Delta q \ll q_{\max} \quad (2.7)$$

其中 q_{\max} 是节点处的最大电荷， $q_{\max} = C_{\text{node}} V_{\max}$ 。 $\Gamma(x)$ 定义为相位增量的脉冲敏感函数 (ISF, Impulse Sensitivity Function)，它是一个无量纲变量，且与振荡器频率和幅度无关，而与振荡波形密切相关。脉冲敏感函数描述了 2π 周期内， $t-\tau$ 时刻单位脉冲造成振荡器相位增加的大小。

为了更好的理解 ISF，我们来看一下对典型的 LC 振荡器，它的 ISF 函数如图 2.7 所示。在输出为过零点的时候，有 ISF 最大，此点是波形相位对干扰最敏感的地方；在输出为峰值的时候，有 ISF 为零，即波形在此点对干扰最不敏感。

对小电流注入而言，电流—相位的转换是线性的，可以通过 Spice 仿真验证。因此，图 2.5 中的幅度和相位的脉冲响应可以完全用线性时变的单位脉冲响应描述，即 $h_\phi(t, \tau)$ ， $h_A(t, \tau)$ 。

式 2.7 表示注入 Δq 的电荷产生 $\Delta\phi$ 的相位，故对单位注入电荷，可以得到：

$$h_\phi(t, \tau) = \frac{\Gamma(\omega_0\tau)}{q_{\max}} u(t - \tau) \quad (2.8)$$

其中 $u(t)$ 是个单位阶跃函数。ISF 通过傅立叶展开可以表示为，

$$\Gamma(\omega_0\tau) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0\tau + \theta_n) \quad (2.9)$$

其中 θ_n 为 n 次谐波的初始相位，因为 θ_n 不影响相位噪声的计算，我们在计算的时候忽略它。

由于电流—相位转换的线性关系，我们可以通过叠加和积分的方法得到相位增量 $\phi(t)$

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_\phi(t, \tau) \cdot i(\tau) d\tau = \frac{1}{q_{\max}} \int_{-\infty}^t \Gamma(\omega_0\tau) \cdot i(\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{q_{\max}} \left[C_0 \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_{-\infty}^t i(\tau) \cos(n\omega_0\tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

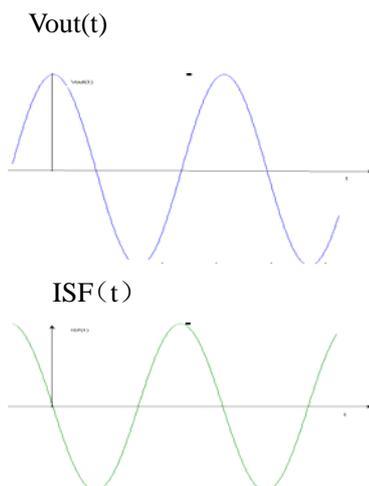


图 2.7 LC 振荡器的 ISF 图像

当电流噪声源为 N 次谐波上，频偏为 $\Delta\omega$ ($\Delta\omega \ll \omega_0$) 处的正弦波

$i(t) = I_n \cos[(n\omega_0 + \Delta\omega)t]$ ，根据式子(2.10)和谐波之间的正交特性可以得到，

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \frac{1}{q_{\max}} \left[c_n \int_{-\infty}^t I_n \cos[(n\omega_0 + \Delta\omega)\tau] \cos(n\omega_0\tau) d\tau \right] \\ &= \frac{I_n c_n \sin(\Delta\omega t)}{2q_{\max} \Delta\omega} \end{aligned} \quad (2.11)$$

2.2.2 相位 - 电压转换

电流噪声源产生振荡器的相位噪声过程，可以看作是两个子系统的级联，如图 2.8。图 2.8 的左边是电流—相位增量的线性时变叠加和积分过程，右边是振荡器的相位增量 $\phi(t)$ 经过非线性的相位调制过程产生最终相位噪声。

相位增量的窄带相位调制（即 $\phi(t)$ 为小量）可以表示为，

$$\begin{aligned} V(t) &= \cos(\omega_0 + \phi(t)) = \cos(\omega_0 t) \cos[\phi(t)] - \sin(\omega_0 t) \sin[\phi(t)] \\ &\approx \cos(\omega_0 t) - \phi(t) \sin(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (2.12)$$

将式 (2.11) 的 $\phi(t)$ 代入，有

$$V(t) = \cos(\omega_0 t) - \frac{I_n C_n}{2q_{\max} \Delta\omega} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot [\cos(\omega_0 + \Delta\omega)t - \cos(\omega_0 - \Delta\omega)t] \quad (2.13)$$

可以看到， $n\omega_0 + \Delta\omega$ 处注入的噪声电流在输出端产生了 $\omega_0 \pm \Delta\omega$ 的两个旁带，所以单边带噪声谱密度与载波功率比为：

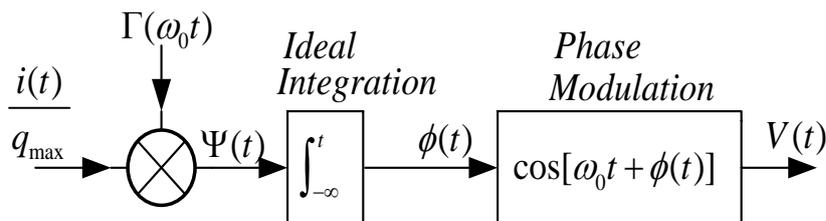


图 2.8 电流噪声到最终输出的示意框图

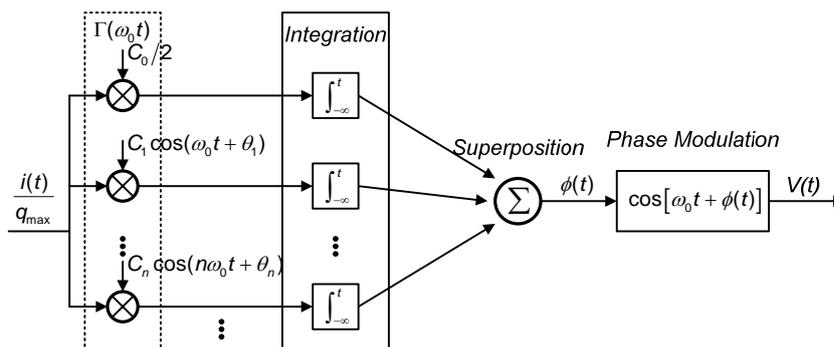


图 2.9 相位增量的脉冲敏感函数等效系统图

$$P_{dBC}(\Delta\omega) = \left(\frac{I_n C_n}{4q_{\max} \Delta\omega} \right)^2 \quad (2.14)$$

2.2.3 相位噪声

图 2.10 为一个随机电流噪声源的功率谱密度，它包括闪烁噪声区域和白噪声区域。由前面的分析，我们知道在 N 次谐波附件的噪声会产生低频的相位增量噪声 $S_\phi(\omega)$ ，相位增量噪声 $S_\phi(\omega)$ 经过非线性的相位调制转化成振荡器的邻近相位噪声 $S_v(\omega)$ 。根据式子(2.14)，并注意到 $n\omega_0 + \Delta\omega$ 处的噪声在 $\omega_0 \pm \Delta\omega$ 处产生两个旁带，在 $n\omega_0 - \Delta\omega$ 处的噪声也会在 $\omega_0 \pm \Delta\omega$ 处产生两个旁带，如图 2.10 的黑线部分所强调的，可以计算出所有谐波上的噪声产生的单边带噪声谱密度与载波功率比：

$$L\{\Delta\omega\} = 10 \cdot \log \left(\frac{\overline{i_n^2} \sum_{n=0}^{\infty} c_n^2}{4q_{\max}^2 \Delta\omega^2} \right) \quad (2.15)$$

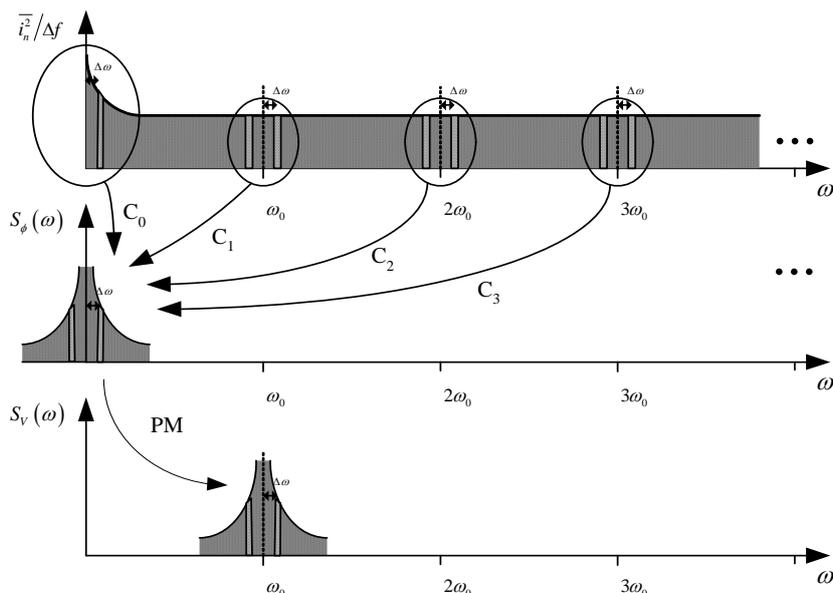


图 2.10 器件噪声到相位噪声的转换过程

其中噪声功率谱密度为 $\frac{\overline{i_n^2}}{\Delta f} = \frac{I_n^2}{2}$ 。根据 Parseval 原理，

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |\Gamma(x)|^2 dx = 2\Gamma_{ms}^2 \quad (2.16)$$

其中 Γ_{ms} 为 $\Gamma(x)$ 的均方根。故，

$$L\{\Delta\omega\} = 10 \cdot \log \left(\frac{\Gamma_{ms}^2 \cdot \overline{i_n^2}/\Delta f}{q_{\max}^2 \cdot 2\Delta\omega^2} \right) \quad (2.17)$$

图 2.11，式子(2.15)和(2.17)表明任何振荡器的相位噪声主要分为三个区域， $1/f^3$ 区域， $1/f^2$ 区域和白噪声区域。 $1/f^3$ 区域的噪声主要来源于器件噪声的低频闪烁噪声($1/f$ 噪声)与系数 c_0 的加权； $1/f^2$ 区域噪声是 N 次谐波上的器件白噪声与系数 c_n 的加权之和；而白噪声区域是振荡器本身的白噪声造成的。图 2.11 的上图为相位增量的功率谱，下图为邻近相位噪声的单边带噪声谱密度与载波功率比。

假设器件的电流闪烁噪声的功率谱表示为，

$$\overline{i_{n,1/f}^2} = \overline{i_n^2} \cdot \frac{\omega_{1/f}}{\Delta\omega}, \quad (\Delta\omega < \omega_{1/f}) \quad (2.18)$$

其中 $\omega_{1/f}$ 为器件的闪烁噪声的拐角点频率。将式子(2.18)代入到式子(2.17)得，

$$L\{\Delta\omega\} = 10 \cdot \log \left(\frac{c_0^2 \cdot \overline{i_n^2}/\Delta f \cdot \omega_{1/f}}{q_{\max}^2 \cdot 8\Delta\omega^2 \cdot \Delta\omega} \right) \quad (2.19)$$

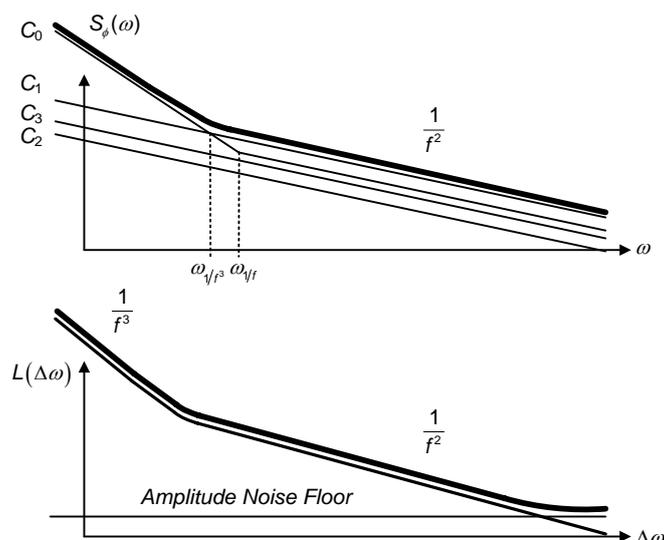


图 2.11 相位增量和单边带相位噪声

当器件的闪烁噪声产生的相位噪声与器件的白噪声产生的相位噪声相等时的拐角频率点定义为相位噪声 $1/f^3$ 和 $1/f^2$ 区域间的拐角频率 ω_{1/f^3} ，也即式子(2.17)与式子(2.19)相等，可得，

$$\frac{\omega_{1/f^3}}{\omega_{1/f}} = \frac{c_0^2}{4\Gamma_{rms}^2} = \left(\frac{\Gamma_{dc}}{\Gamma_{rms}} \right)^2 \quad (2.20)$$

其中脉冲敏感函数 ISF 的直流分量 $\Gamma_{dc} = \frac{c_0}{2}$ 。振荡器的相位噪声的频率拐角点 ω_{1/f^3}

是器件 $1/f$ 噪声的拐角点 $\omega_{1/f}$ 的 $\left(\frac{\Gamma_{dc}}{\Gamma_{rms}} \right)^2$ 倍，通常情况下 $\left(\frac{\Gamma_{dc}}{\Gamma_{rms}} \right)^2 \leq 1$ 。因为脉冲敏感

函数 ISF 的直流分量 $\frac{c_0}{2}$ 表征了振荡波形的对称性，为了降低邻近相位噪声，振荡波形往往设计得尽量对称，这样可以降低相位噪声的拐角频率点 ω_{1/f^3} 。

2.2.4 周期平稳噪声源

在实际的振荡电路中，一些随机噪声源会在一个周期内随时间变化，这种噪声源称为周期循环平稳噪声源。例如：MOS 管的漏源电流是栅极偏置电压的周期函数，MOS 管的漏源电流噪声因此可以看作一个随时间变化的周期函数。电路中其他不依赖时间和电路工作点的噪声源称为固定噪声源。

一个周期循环平稳噪声源通常可以表示为：

$$i_n(t) = i_{n0}(t) \cdot \alpha(\omega_0 t) \quad (2.21)$$

将式子(2.21)代入(2.10)可以得到有效脉冲敏感函数 $\Gamma_{eff}(x)$,

$$\Gamma_{eff}(x) = \Gamma(x) \cdot \alpha(x) \quad (2.22)$$

对于实际的振荡器电路,有效脉冲敏感函数 $\Gamma_{eff}(x)$ 的引入,可以使得周期平稳噪声源转换成平稳的白噪声,从而可以采用上述一系列的噪声分析方法。

2.2.5 模拟结果

1) 电流—相位的线性关系

图 2.12 的 CMOS 反相器级联的环形振荡器和图 2.13 的 Colpitts 振荡器的仿真结果分别如图 2.14 (a)和(b)所示。

在波形的过零点注入电流,此处有相移最大。实际振荡电路中的噪声源和干扰源会比图中所模拟的注入电荷低得多,因此该仿真验证了电流——相位的转换是线性的假设。

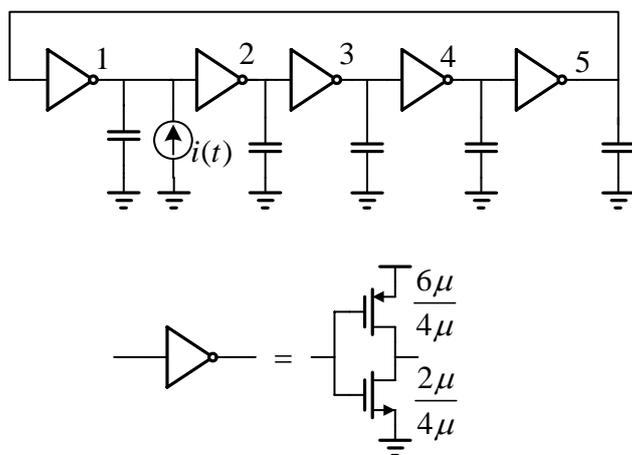


图 2.12 CMOS 反相器构成的五级环形振荡器, 振频 83Mhz

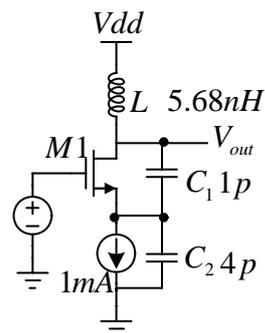


图 2.13 MOS Colpitts 2.2Ghz 振荡器

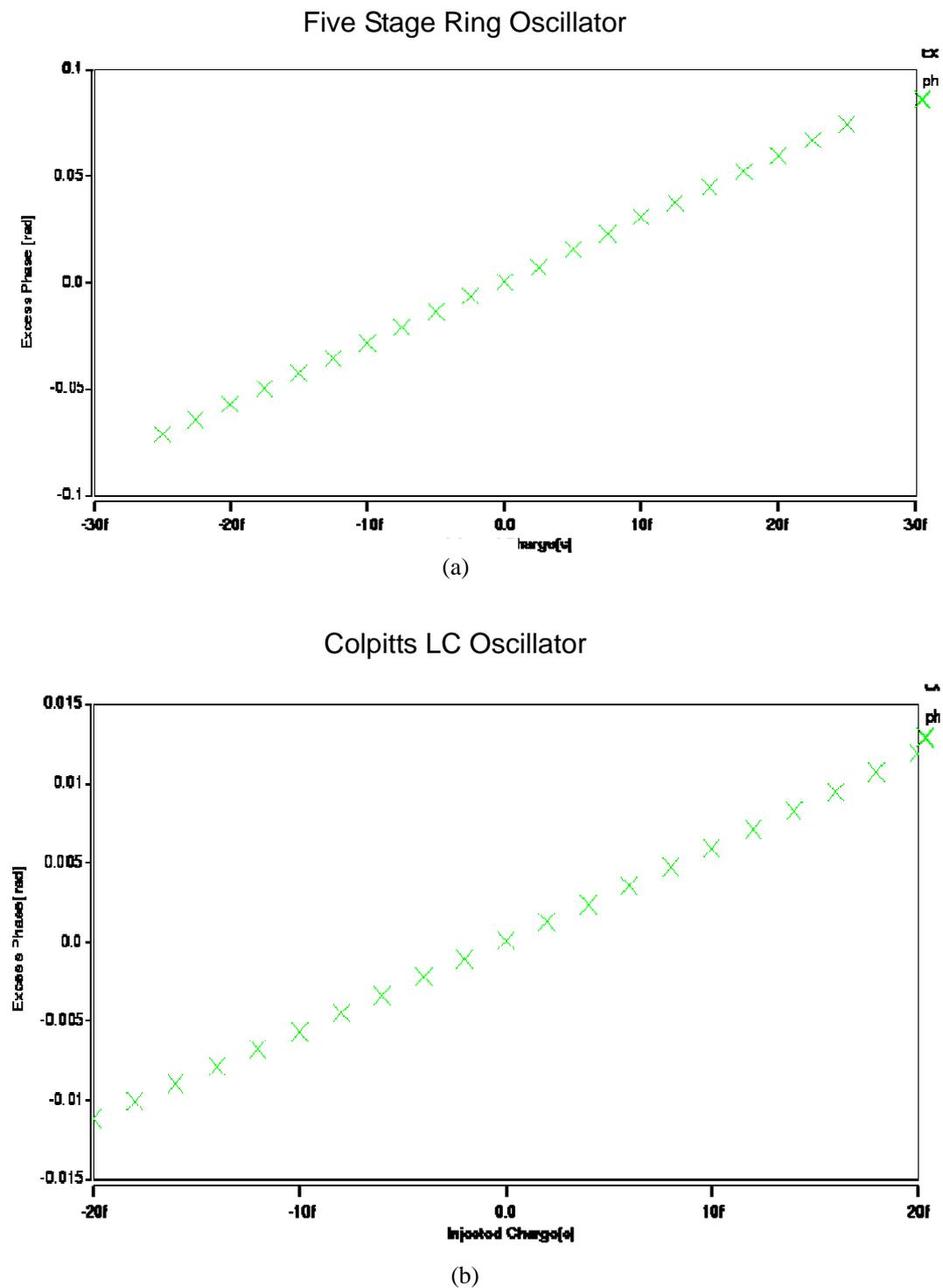
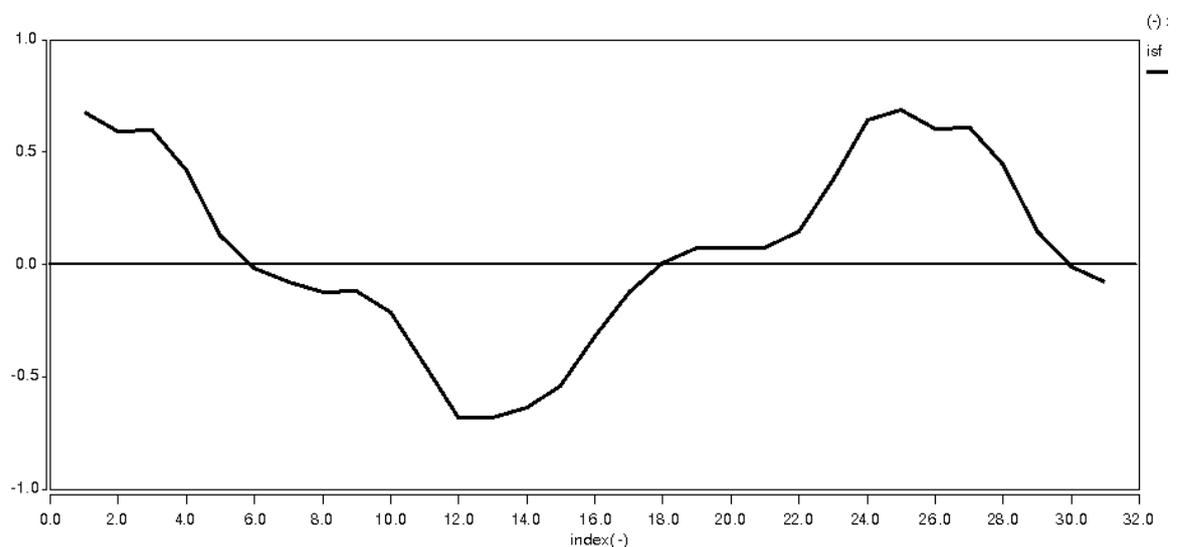


图 2.14 分别对 (a) 和 (b) 模拟的相位偏移

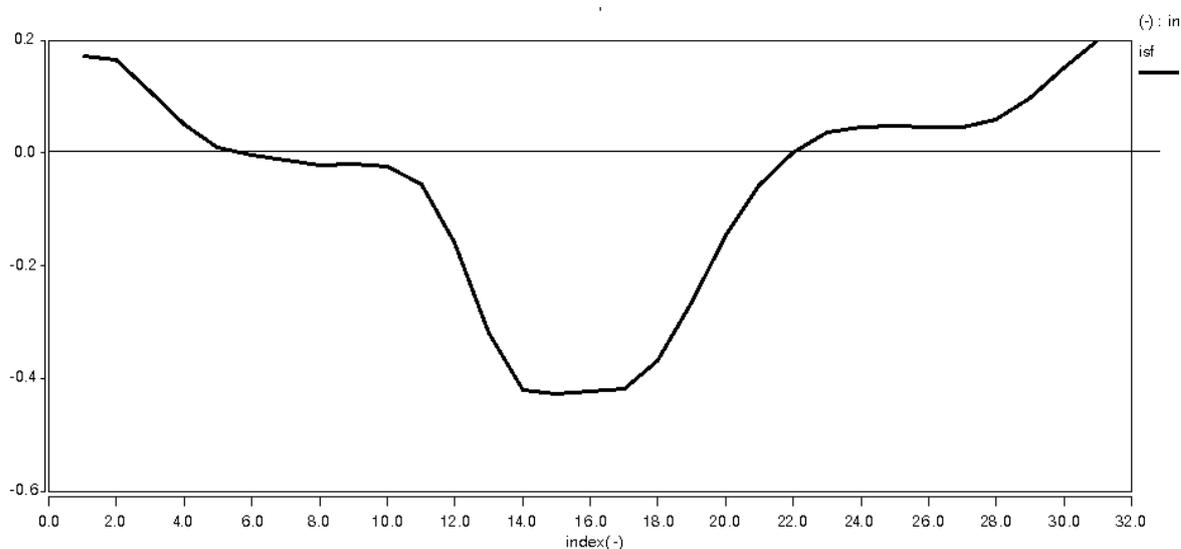
2) 对称性对 ISF 的影响

为了更好的理解系数 C_0 对电路的影响，此处仿真了一个五级环形振荡器（图 2.12）的 ISF 函数，图 2.15 (a) (b) 分别为对称波形和不对称波形的 ISF 图像。

从图中可以明显看出，对对称的输出波形而言，它的 ISF 有较小的直流分量，而不对称波形的 ISF 数值为负的时间占整个周期的时间更长且数值更大，这使其直流分量更大。所以为了得到更好的相位噪声性能，在设计时需尽量使波形的上升时间和下降时间一致。



(a)



(b)

图 2.15 (a) 对称波形的 ISF 函数 (b) 不对称波形的 ISF 函数

3) 脉冲敏感函数的仿真波形

Colpitts 振荡器的脉冲敏感函数和噪声调制系数的仿真波形如图 2.16 所示。

对 Colpitts 电路，注入 Tank 的能量最大值发生在振荡幅度的峰值，此时有 ISF 最小。下一章将用 ISF 法来分析一个 Colpitts 电路的设计实例。

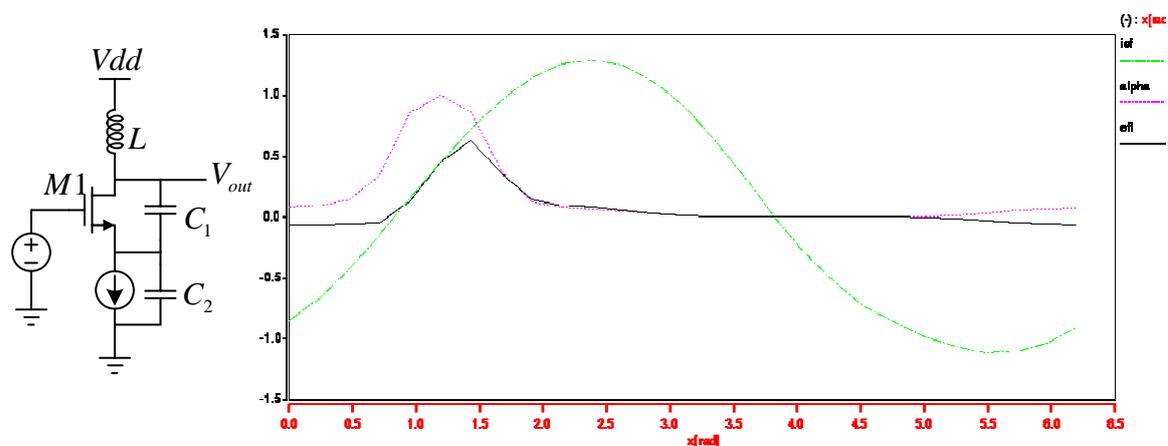


图 2.16 Colpitts 振荡器及其脉冲敏感函数 $\Gamma(x)$ ，噪声调制系数 $\alpha(x)$ 和 $\Gamma_{eff}(x)$

2.2.6 小结

本章主要讨论了线性时变模型，该模型可以看作是两个级联的系统，第一级将输入的电流电压干扰转换成相位的变化，该过程是线性时变的。第二级将相位变化转换为电压，此过程是非线性的。通过这两个等效的系统模型，可以很好的描述电路中的噪声是如何转化成相位噪声的。将振荡器的相位脉冲响应用脉冲敏感函数 ISF 来定义。振荡器对噪声源的响应通过 ISF 的弗里叶系数来表示，由此得到相位噪声在 $1/f^2$ ， $1/f^3$ 区域的表达式。展示了输出波形的对称性对电路中低频噪声上变频成相位噪声的重要性，同时考虑了电路中的周期性循环平稳噪声源的影响并给出了相应的模型。

第三章 差分 Colpitts 电路设计

Colpitts 振荡器有很好的周期噪声特性，如上一章节所描述的。nMOS 产生的噪声在振荡器对干扰最不敏感的时候达最大值，这种特性使其具有较低的相位噪声。

除了较好的周期性噪声特性以外，Colpitts 结构同交叉耦合的振荡器相比，具有更高的摆幅。其中只由 NMOS 管构成的交叉耦合振荡器的摆幅近似为 $2I_{bias}R_p/\pi$ ，而 Colpitts 振荡器可以达到 $2I_{bias}R_p$ ，其中 R_p 为 LC 回路的等效阻抗。

然而，传统的 Colpitts VCO 存在起振条件苛刻的问题，而且电容反馈网络降低了调谐范围，单端输出的结构也使其对共模噪声的抑制不利。此处采用 $G_m - Boosted$ 结构，如图 3.2 所示，将源极信号耦合到栅端可以增加有效跨导，改善 Colpitts 振荡器的起振性能，同时将两个 Colpitts 电路通过耦合，变为差分结构，这种差分结构使其对电源，衬底引入的寄生电感和电容不敏感。另一方面，这种结构同单端 Colpitts 相比，在起振相同的条件下，功耗增加了一倍，但能量传输效率保持不变。

3.1 结构分析

为了得到差分 Colpitts 电路的振幅，我们先来分析单端 Colpitts 电路。

如图 3.1，单端 Colpitts 电路的跨阻通过小信号等效图可以推得：

$$\frac{V_{out}}{I_{in}} = \frac{R_p L_p s (g_m + C_2 s)}{R_p C_1 C_2 L_p s^3 + (C_1 + C_2) L_p s^2 + [g_m L_p + R_p (C_1 + C_2)] s + g_m R_p} \quad (3.1)$$

令分母的实部虚部都为零，则电路振荡，得出振荡频率：

$$\omega_R^2 = \frac{1}{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}} \quad (3.2)$$

起振条件：

$$g_m R_p \geq \frac{C_2}{C_1} \left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)^2 \quad (3.3)$$

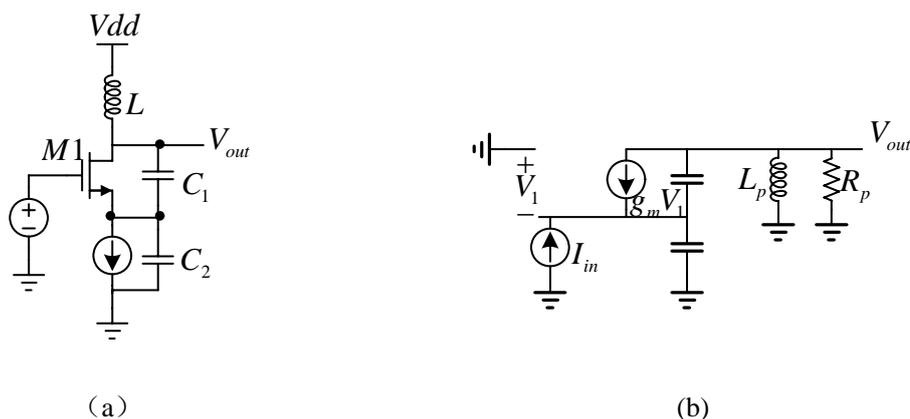


图 3.1 (a) 单端 Colpitts 结构 ; (b) 带输入激励的(a)的等效电路

当 $\frac{C_2}{C_1} = 1$ 时, 此时增益最小, 要求:

$$g_m R_p \geq 4 \quad (3.4)$$

其中 R_p 是电感的等效并联阻抗, 在集成电路中, 电感的品质因素不高, 因此达到式 (3.4) 要求的起振条件是较苛刻的。

下面来分析差分 Colpitts VCO 的电路。

从图 3.2 M1, M2 的漏端看进去的小信号导纳:

$$Y_{in} = \frac{s^2 C_1 C_2 - g_m s C_2}{g_m + s(C_1 + C_2)} \quad (3.5)$$

实部和虚部分别为:

$$\text{Re}[Y_m] = -\frac{g_m \omega^2 C_2 [2C_1 + C_2]}{g_m^2 + \omega^2 (C_1 + C_2)^2} \quad (3.6)$$

$$\text{Im}[Y_m] = j \frac{\omega^3 C_1 C_2 [C_1 + C_2] - g_m^2 \omega C_2}{g_m^2 + \omega^2 (C_1 + C_2)^2} \quad (3.7)$$

而单端 Colpitts 振荡器的小信号跨导为:

$$\text{Re}[Y_m] = -\frac{g_m \omega^2 C_1 C_2}{g_m^2 + \omega^2 (C_1 + C_2)^2} \quad (3.8)$$

比较式 (3.6) 和 (3.8), 可以看到差分 Colpitts 的负导纳同单端 Colpitts 相比, 增加了 $(2 + C_2/C_1)$ 倍, 使起振所需的功耗下降。

现在我们仍从单端 Colpitts 电路 (图 3.1) 来计算其振幅[5]。

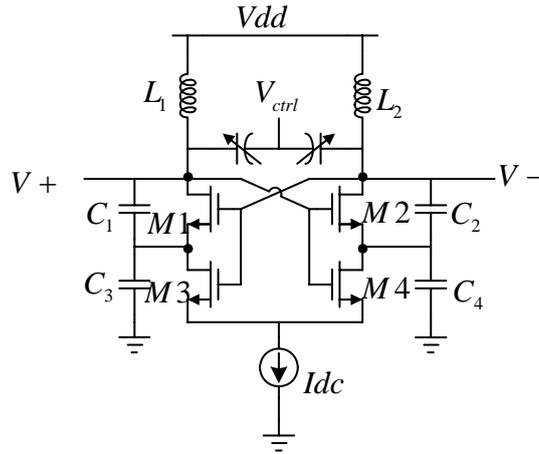


图 3.2 差分 Colpitts VCO

假设选频网络可以滤除基频分量外所有的谐波分量，则在计算振幅时只需要考虑电流的基频分量。晶体管的源端信号可表示为：

$$V_s(t) = -A_s \cos(\omega_0 t) \quad (3.9)$$

A_s 为 s 端振幅， $\omega_0 t$ 可以用 ϕ 表示。

MOS 管的栅源直流电压为 V_{od} ，则沟道电流 I_{ds} 可表示为：

$$I_{ds}(\phi) = \frac{\beta}{2} [-V_{od} + A_s \cos(\phi)]^2 \quad (3.10)$$

其中 $\beta = \mu C_{ox} W / L$ 。因为 Colpitts 振荡器的有源器件工作在 Class-C 模式，其 MOS 管只在振荡周期的一部分时间导通，此导通时间称为导通角。令 Φ 为半个导通角，此时电流为零，由式 (3.10) 可得：

$$\cos(\Phi) = \frac{V_{od}}{A_s} \quad (3.11)$$

式 3.10 改写为：

$$I_{ds}(\phi) = \frac{\beta}{2} A_s^2 [\cos(\phi) - \cos(\Phi)]^2 \quad (3.12)$$

显然，MOS 管的直流电流等于偏置电流，在一个周期内有：

$$\begin{aligned} I_B &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\Phi}^{\Phi} I_{ds}(\phi) d\phi \\ &= \frac{\beta}{2\pi} A_s^2 \left[-\frac{3}{2} \cos(\Phi) \sin(\Phi) + \frac{\Phi}{2} + \Phi \cos^2(\Phi) \right] \end{aligned} \quad (3.13)$$

可以近似为：

$$I_B \approx \frac{\beta A_s^2}{15\pi} \Phi^5 \left(1 - \frac{4}{21} \Phi^2\right) \quad (3.14)$$

忽略高阶项:

$$\Phi \approx \left(\frac{15\pi I_B}{\beta A_s^2}\right)^{\frac{1}{5}} \quad (3.15)$$

下面计算电流的基频分量:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\Phi}^{\Phi} I_{ds}(\phi) \cos(\phi) d\phi \\ &= \frac{\beta}{\pi} A_s^2 \left[\frac{1}{3} \cos^2(\Phi) \sin(\Phi) + \frac{2}{3} \sin(\Phi) - \Phi \cos(\Phi) \right] \\ &\approx 2 \frac{\beta A_s^2}{15\pi} \Phi^5 \left(1 - \frac{11}{42} \Phi^2\right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

由式 3.14 和式 3.16, I_1 可以表示为

$$I_1 \approx 2I_B \left(1 - \frac{\Phi^2}{14}\right) \quad (3.17)$$

晶体管的大信号跨导:

$$G_m = -\frac{I_1}{A_s} \quad (3.18)$$

分析 RLC 回路, 如图 3.3, 可得

$$A_s = I_1 R_t (1-n)n \quad (3.19)$$

其中 R_t 是回路的等效并联阻抗, $n = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$ 。

Colpitts 振荡器的输出

$$V_{\tan k}(\phi) = V_s(\phi) / n = -A_{\tan k} \cos(\phi) \quad (3.20)$$

$$A_{\tan k} = I_1 R_t (1-n) \quad (3.21)$$

由式 3.17 和 3.21, 有

$$A_{\tan k} = 2I_B R_t (1-n) \left(1 - \frac{\Phi^2}{14}\right) \quad (3.22)$$

至此, 我们把振荡器的振幅用偏置电流和导通角表示出来了。可以验证此表达式对差分 Colpitts 振荡器同样适用。

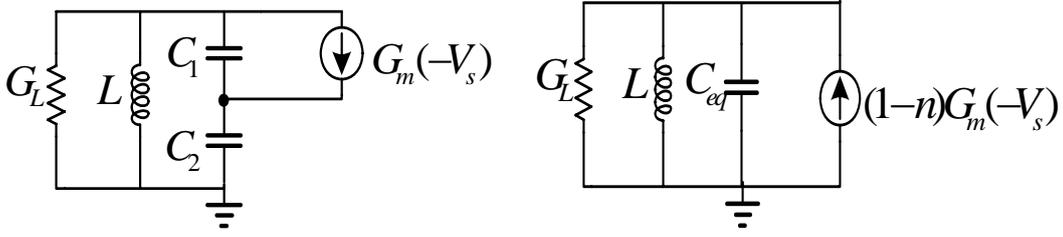


图 3.3 Colpitts 电路的等效电路图

3.2 噪声源分析

差分 Colpitts 电路的噪声源主要有 LC 回路的电阻热噪声和 MOS 管的沟道热噪声。

3.2.1 LC 回路热噪声

由式 (2.17)，电阻对相位噪声的贡献表示为：

$$L(\Delta\omega) = 10 \log \left(\frac{\Gamma_{Rt,rms}^2 \cdot \overline{i_{Rt}^2} / \Delta f}{q_{\max}^2 \cdot 2\Delta\omega^2} \right) \quad (3.23)$$

其中 $\Gamma_{Rt,rms}^2$ 是电阻作为噪声源产生的脉冲敏感函数的均方值， $\overline{i_{Rt}^2}$ 是回路电阻的白噪声的电流功率谱：

$$\overline{i_{Rt}^2} = 4kT \frac{1}{R_t} \Delta f \quad (3.24)$$

在 LC 回路构成的振荡器中，节点信号可看作正弦信号，所以

$$\Gamma_{Rt}(\phi) = \frac{\sin(\phi)}{N}$$

对单端 Colpitts 振荡器， $N=1$ ；对差分 Colpitts 振荡器， $N=2$ 。由于该电流噪声在输出节点产生的电压同 $V_{\text{tank}}(\phi)$ 同相，故

$$\Gamma_{Rt,rms}^2 = \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_{Rt}^2(\phi) d\phi = \frac{1}{2N^2} \quad (3.25)$$

当考虑周期性噪声源时，式 3.23 仍成立，只需把 Γ_{rms} 替换为 $\Gamma_{eff,rms}$ ，

$$\Gamma_{eff}(\phi) = \Gamma(\phi) \cdot \alpha(\phi) \quad (3.26)$$

3.2.2 MOS 管沟道噪声

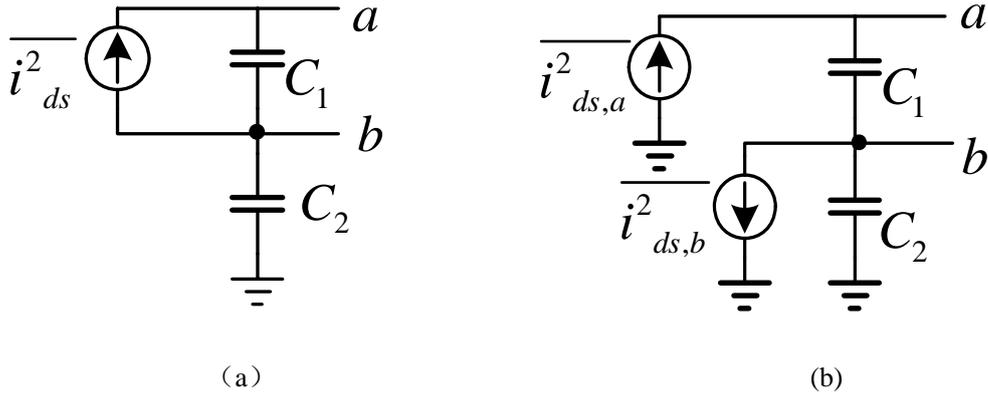


图 3.4 Colpitts 振荡器中 ISF 的计算

用式 3.26 来研究 MOS 管的沟道热噪声，显然该噪声是周期性循环平稳噪声源。将漏端电流噪声模型等效为两个对地噪声源 $\overline{i^2_{ds,a}}$ 和 $\overline{i^2_{ds,b}}$ ，都等于 $\overline{i^2_{ds}}$ ，如图

3.4。 $\overline{i^2_{ds,a}}$ 同 $\overline{i^2_{Rt}}$ 是并联的，我们马上可以得出 $\overline{i^2_{ds,a}}$ 和 $\overline{i^2_{Rt}}$ 拥有相同的 ISF:

$$\Gamma_{ids,a} = \Gamma_{Rt} \quad (3.27)$$

在图 3.4 中，在 a 点注入 ΔQ 的电量引起的 a 点压降变化为

$$\Delta V_{a,a} = \frac{Q}{C} \quad (3.28)$$

在 b 点抽取同样的电量引起的 a 点压降变化为

$$\begin{aligned} \Delta V_{a,b} &= -\frac{\Delta Q}{C_2} = -\frac{\Delta V_{a,a} C}{C_2} \\ &= -\Delta V_{a,a} \frac{C_1}{C_1 + C_2} = -n \Delta V_{a,a} \end{aligned} \quad (3.29)$$

考虑到 $\Delta V_{a,a}$ 引起 ISF $\Gamma_{ids,a}$ ，式 3.29 可以得出

$$\Gamma_{ids,b} = -n \Gamma_{ids,a} \quad (3.30)$$

由式 3.27 和 3.30，漏端噪声电流的 ISF 可表示为

$$\begin{aligned} \Gamma_{ids} &= \Gamma_{ids,a} + \Gamma_{ids,b} \\ &= (1-n) \Gamma_{ids,a} = (1-n) \Gamma_{Rt} = (1-n) \frac{\sin(\phi)}{N} \end{aligned} \quad (3.31)$$

从式 3.12 易得

$$g_m = \beta A [\cos(\phi) - \cos(\Phi)] \quad (3.32)$$

当条件 $-\Phi \leq \phi \leq \Phi$ 时, 该式成立。

因此, MOS 沟道热噪声可表示为:

$$\begin{aligned} \overline{i_{ds}^2} &= 4kT\gamma g_m \Delta f = 4kT\gamma\beta A[\cos(\phi) - \cos(\Phi)]\Delta f \\ &\equiv \overline{i_{ds}'^2}[\cos(\phi) - \cos(\Phi)] \end{aligned} \quad (3.33)$$

由上式可知

$$\alpha(\phi) = \sqrt{\cos(\phi) - \cos(\Phi)} \quad (3.34)$$

于是

$$\begin{aligned} \Gamma_{ids,eff}(\phi) &= \Gamma_{ids}(\phi) \cdot \alpha(\phi) \\ &= (1-n) \frac{\sin(\phi)}{N} [\cos(\phi) - \cos(\Phi)]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

其均方值为

$$\begin{aligned} \Gamma_{ids,eff,rms}^2 &= \frac{1}{2\pi} \frac{(1-n)^2}{N^2} \int_{-\Phi}^{\Phi} \sin^2(\phi) [\cos(\phi) - \cos(\Phi)] d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{(1-n)^2}{N^2} \left[\frac{1}{3} \cos^2(\Phi) \sin(\Phi) + \frac{2}{3} \sin(\Phi) - \Phi \cos(\Phi) \right] \end{aligned} \quad (3.36)$$

将上一节的结果代入上式, 有

$$\Gamma_{ids,eff,rms}^2 = \frac{(1-n)^2}{N^2} \frac{I_1}{2\beta A_s^2} \quad (3.37)$$

3.2.3 相位噪声

综上, Colpitts 振荡器的总的相位噪声可以表示为:

$$L(\Delta\omega) = 10 \log \left[N \cdot \frac{1}{2q_{\max}^2 \Delta\omega^2} (\Gamma_{ids,eff,rms}^2 \overline{i_{ds}'^2} / \Delta f + \Gamma_{Rt,rms}^2 \overline{i_{Rt}'^2} / \Delta f) \right] \quad (3.38)$$

即

$$\begin{aligned} L(\Delta\omega) &= 10 \log \left[\frac{4kT}{2NA_{\tan k}^2 C^2 \Delta\omega^2} \left((1-n)^2 \frac{I_1}{2\beta A_s^2} \gamma \beta A_s + \frac{1}{2R_t} \right) \right] \\ &= 10 \log \left[\frac{kT}{NA_{\tan k}^2 C^2 \Delta\omega^2} \left((1-n) \gamma \frac{1}{nR_t} + \frac{1}{R_t} \right) \right] \end{aligned}$$

$$= 10 \log \left[\frac{kT}{4N I_B^2 R_t^3 C^2 (1 - \Phi^2 / 14)^2 \Delta \omega^2} \times \left(\frac{\gamma}{n(1-n)} + \frac{1}{(1-n)^2} \right) \right] \quad (3.39)$$

从上式可以看出，相位噪声是导通角的弱函数，此外， n 的最优取值只同 γ 有关。

第四章 差分 Colpitts VCO 仿真结果

4.1 eldo 仿真

用 Mentor Eldo 软件仿真图 3.2 的差分 Colpitts 电路，该电路的设计振荡频率为 2.0kHz，优化 MOS 管的尺寸得到最优相位噪声。仿真的相位噪声特性如图 4.1。调谐范围如图 4.2。电路中各部分噪声贡献比见表一。差分 Colpitts 电路的仿真性能见表二。

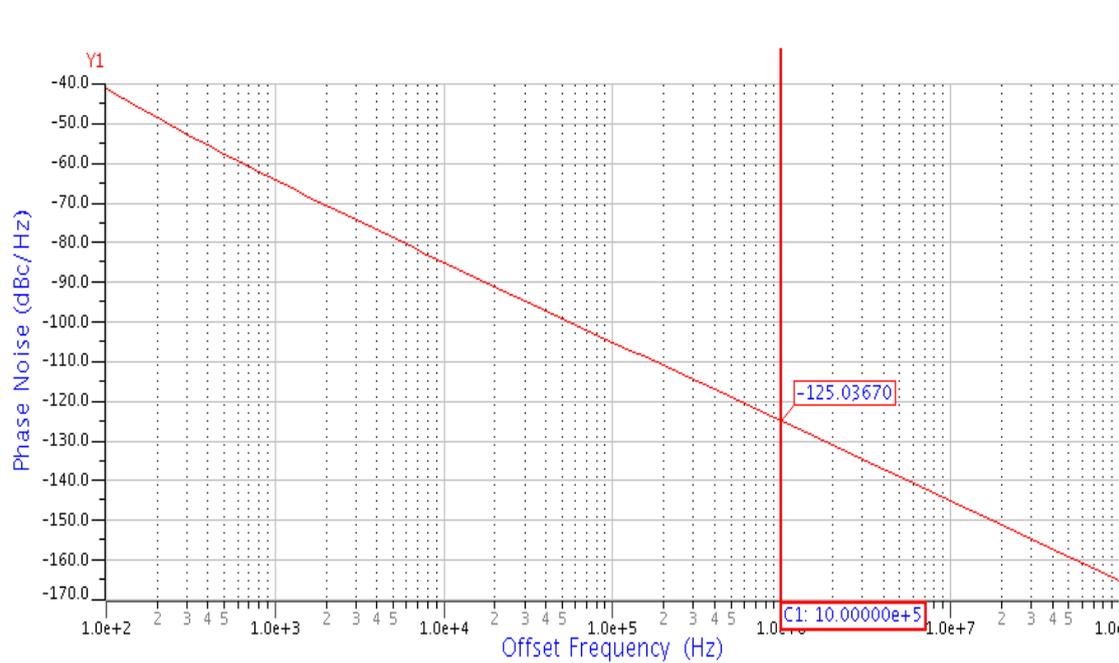


图 4.1 差分 Colpitts 振荡器的相位噪声

- 相位噪声 -125dBc/Hz @1MHz

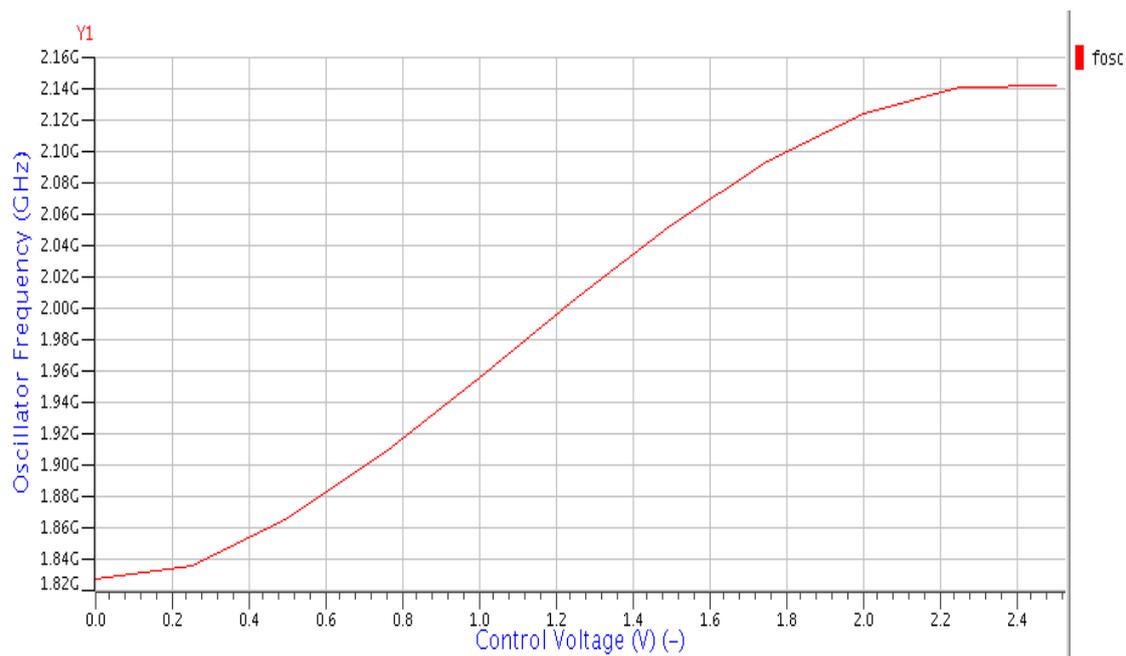


图 4.2 差分 Colpitts 振荡器的调谐范围

- 振荡频率 1.83GHz ~ 2.14GHz
调谐范围 15.6%

表格 1 各器件噪声贡献比

	相位噪声贡献比
M1	38.5%
M2	38.5%
M3	6.4%
M4	6.4%
L1.Rs	4.4%
L2.Rs	4.4%

从表格 1 中可以看出，M1，M2 的热噪声是本电路中相位噪声产生的主要噪声源，可以通过优化 M1，M2 的尺寸来减小其影响。

表格 2 差分 Colpitts VCO 的仿真性能

	差分 Colpitts VCO
电源电压	1.8v
直流电流	3mA
频率	1.83GHz ~ 2.14GHz
调谐范围	15.6%
相位噪声	-125 dBc/Hz @1MHz

4.2 小结

本节用线性时变的噪声模型分析并设计了一个全差分 Colpitts 振荡器。MOS 管沟道电流最大值发生在漏端电压最小时，此处是脉冲敏感函数 ISF 最小的时候。MOS 管沟道噪声在沟道电流最大的时候有最大噪声谱密度，如图 4.3 所示。正是 Colpitts 电路的这种周期性噪声特性，使其具有较低的相位噪声。此特性可以用有效脉冲敏感函数 ISF 来描述，见公式 (2.22)。

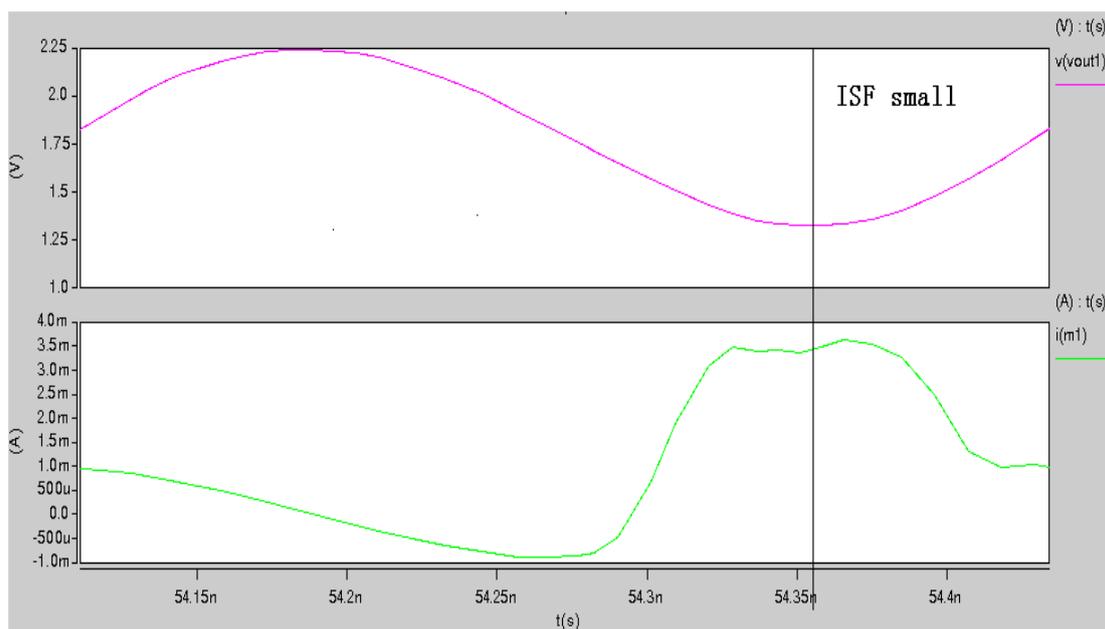


图 4.3 差分 Colpitts VCO (图 3.2) 的漏端电压和源漏电流

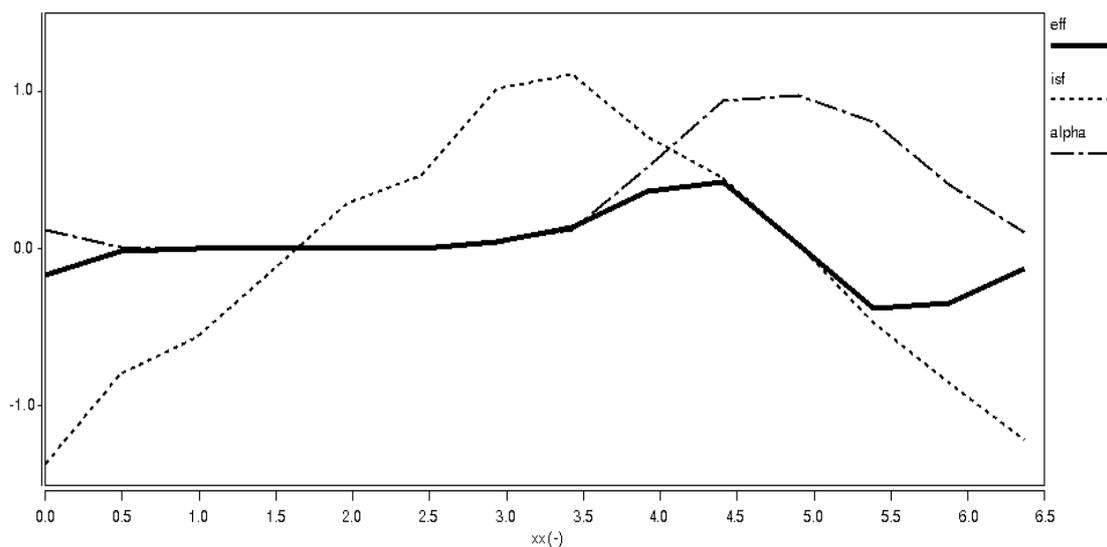


图 4.4 差分 Colpitts 振荡器的 $\Gamma(x)$ ， $\alpha(x)$ 和 $\Gamma_{eff}(x)$

差分 Colpitts VCO 的 $\Gamma(x)$ ，噪声调制系数 $\alpha(x)$ 和有效 ISF $\Gamma_{eff}(x)$ 的仿真结果如图 4.4 所示。注意到， $\Gamma_{eff}(x)$ 的均方根值比 $\Gamma(x)$ 的小得多，在 Colpitts 电路中，这种周期性噪声特性是不能被忽略的。

第五章 结论

本文着重讨论了线性时变的噪声模型，并用此模型理论分析设计了一个差分 Colpitts 振荡器。该线性时变模型可以看作是两个级联的系统，第一级将输入的电流电压干扰转换成相位的变化，该过程是线性时变的。第二级将相位变化转换为电压，此过程是非线性的。通过这两个等效的系统模型，可以很好的描述电路中的噪声是如何转化成相位噪声的。

该模型的时变特性能很好地模拟周期性循环平稳噪声源，该噪声存在于大部分的 LC 振荡器中，来源于电路中器件电流的周期特性。周期性噪声源对相位噪声的影响可以用有效脉冲敏感函数来表示。尤其对 Colpitts 电路来讲，它的 MOS 管沟道噪声谱密度在脉冲敏感函数最小的时候有最大值，这使得它具有较低的相位噪声

用该模型分析了 Colpitts 电路，并对传统的单端 Colpitts 电路作了改进，对已提出的 Gm-boosted 结构作了分析，并对电路的相位噪声做了定量描述。通过仿真差分 Colpitts 振荡器的脉冲敏感函数和噪声调制系数，进一步验证了线性时变模型的正确性。用 eldo 软件仿真电路中各噪声源对相位噪声的贡献比，通过优化器件尺寸来降低相位噪声。

附录

脉冲敏感函数的仿真

在电路中注入脉冲电流来模拟电路中的噪声源，在一个周期内的不同时间分别注入此脉冲，测量若干个周期后的相位变化，通过计算可得 ISF。需要注意的是，虽然求的是单位脉冲的阶跃响应，但单位电流注入会使电流—相位的转化过程不再线性，故仍做小脉冲注入保证线性，计算 ISF 时作同比例的调整。

参考文献

- [1]. A.Hajimiri and T.H.Lee, " A general theory of phase noise in electrical oscillators," *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol.33, pp.179-194, Feb. 1998
- [2]. Xiaoyong Li,Sudip Shekhar and David J.Allstot, "Gm-Boosted Common-Gate LNA and Differential Colpitts VCO/QVCO in 0.18- μ m CMOS," *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol.40, pp.2609-2619, Dec.2005
- [3]. D. B. Leeson, "A simple model of feedback oscillator noises spectrum," *Proc. IEEE*, vol.54, pp.329-330
- [4]. J.Craninckx and M.Steyaert, " Low-noise Voltage Controlled Oscillators Using Enhanced LC-Tanks," *IEEE Trans. Circuits Syst.-II*,vol.42,pp.794-904,Dec.1995
- [5]. Pietro Andreani etc., "A Study of Phase Noise in Colpitts and LC-Tank CMOS Oscillators," *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol40, pp.1107-1118, May 2005
- [6]. Zhangwen Tang, Chapter 5 of Thesis "LC Voltage—Controlled Oscillators," 2004
- [7]. A. Hajimiri and T.H.Lee, "The Design of Low Noise Oscillators," Kluwer Academic Publishers
- [8]. Razavi, "A Study of Phase Noise in CMOS Oscillators," *IEEE J.Solid-State Circuits*, vol31, pp.331-343, Mar 1996

致 谢

首先感谢指导我完成本次毕业论文的唐长文老师，在选题初期即给予了耐心的指导并引领我走进模电设计的殿堂，并在本次毕业设计的各个阶段，悉心指导，引导我用正确的方法去分析，去思考问题。他严谨的治学态度，认真求实的作风令我深受感触，获益良多。

其次我要特别感谢卢磊师兄，在设计碰到困难的时候，总是给予最无私的帮助和最耐心的指点，并分享了许多宝贵的设计经验，使我少走了许多弯路。在此向师兄表示衷心感谢。

然后感谢实验室一起做毕业设计的兄弟姐妹，吴夏妮，杨姗姗和方煜云，是大家的相互扶持和鼓励才使我能以最佳的状态投入到毕业设计中。

最后感谢我的父母，你们无私的关爱和支持是我最大的动力。

在此，向所有帮助过我的老师和同学致以最诚挚的谢意！