

## 目录

摘要 .....	2
第一章 绪论 .....	2
第二章 两级运算放大器	
§2.1 电路及设计指标 .....	3
§2.2 性能参数与约束条件的简略分析 .....	4
第三章 手工设计及仿真结果	
§3.1 手工计算 .....	10
§3.2 结合 HSPICE 模拟调整参数值 .....	13
§3.3 运放的仿真测试结果 .....	14
第四章 几何规划(GP)优化方法设计运放	
§4.1 GPCAD 简介 .....	18
§4.2 几何规划优化设计 .....	19
§4.3 Mosek 标准格式的公式整理 .....	22
§4.4 优化结果 .....	29
§4.5 设计不足与讨论 .....	31
附录 .....	32
参考文献 .....	35
致谢 .....	35

## 摘要

随着 SOC、混合信号集成电路的发展，作为数字芯片与外部世界的接口电路——模拟集成电路的设计变得越来越重要。但随着电路复杂性的不断提高以及设计周期的限制，一直以来采用的以经验为主的设计方法已经越来越不能适应集成电路产业的高速发展，本文就介绍了一种采用数学最优化方法——Geometric Programming(几何规划)对两级运放的设计进行优化的方法。通常情况下，我们采用手工计算与 SPICE 仿真相结合的方法来设计运放。但在这个过程中，有些参数的选取完全就要靠设计者的经验，因而最终得到的结果往往只是局部的最优解。而几何规划(GP)方法是根据设计要求，通过运放设计的一般步骤，得到需要优化的目标函数以及它的一系列约束不等式、约束等式，然后将它们转化成几何规划问题，最后采用数学优化求解方法求得一个全局最优解。

**关键词：**

**模拟集成电路 CAD、运算放大器、Geometric Programming、几何规划优化**

## 第一章 绪论

随着集成电路的发展，电路设计已经与 EDA 工具密不可分。在数字集成电路的设计领域，逻辑综合与自动布局布线的设计方法已经非常成熟；然而到目前为止，仍然没有一个成熟的模拟电路 CAD 解决方案。在研究领域，许多学者提出了各种各样的优化算法，致力于解决模拟电路的自动综合技术。Geometric Programming(几何规划)优化设计方法就是其中的一种。该优化方法的基本思想是把模拟电路的性能指标转化成数学程序，从而运用数学方法来解决其电路最优配置问题。由于运放在 SOC、大规模混合集成电路等中的应用极其广泛，在不同的使用场合需要不同的性能要求，若使用手工设计与 SPICE 仿真相结合的方法，就不得不对每一个具体的性能指标都从头开始设计，不仅费时、费力，还不一定能够得到最优的设计结果；而采用几何规划优化的设计方法，则只需将变动的性能指标带入程序，就可以方便、快速地得到最优的设计方案，从而实现了“复用”设计。

本文结构方面是如下安排的。第二章给出一种 ULSI 中常用的两级运放的电路及要求达到的性能指标，并对其设计原理进行一些简单的分析与介绍。第三章运用手工计算与 SPICE 仿真相结合的方法对该运放的参数进行设计并给出仿真结果。第四章运用 GP 优化的方法对该运放参数进行设计，并将仿真结果与第三部分的仿真结果进行分析比较。最后在附录中列出了设计与模拟过程中用到的模型。

## 第二章 两级运算放大器

### §2.1 电路结构及设计指标

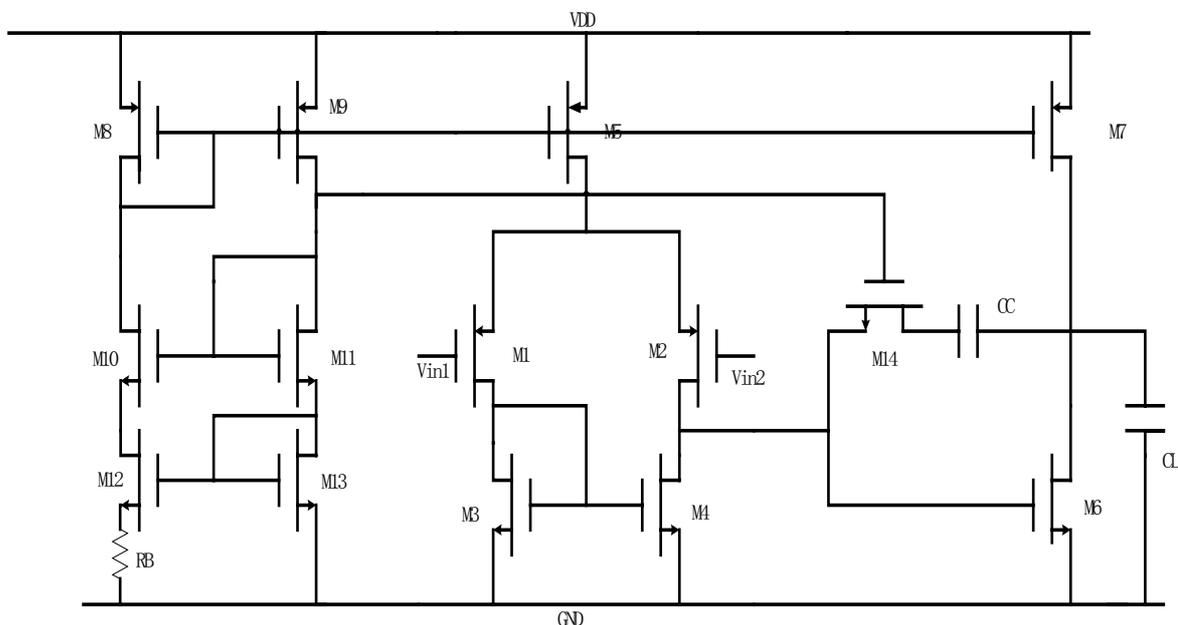


图 2.1 两级运算放大器

上图为广泛用于模拟ULSI中的一种两级运算放大器的电路图。它包括一个差分输入级，一个驱动负载电容CL的共源放大级，和一个稳定跨导偏置电流电路。因为该运放往往作为模拟集成电路中的一个子电路，因此负载电容CL往往是几个皮法，故省去了输出驱动级。其中正电源电压VDD取5V，负电源电压VSS取0V。

该运放所要求达到的性能指标如下：

- 管子长度 $\geq 0.8 \mu\text{m}$
- 管子宽度 $\geq 1 \mu\text{m}$
- 面积 $\leq 10000 \mu\text{m}^2$
- 负载电容= 3 pF
- 共模输入电压固定在  $(VDD + VSS) / 2$
- 输出动态范围 $[0.1(VDD-VSS), 0.9(VDD-VSS)]$
- 静态功耗 $\leq 2\text{mW}$
- 开环直流增益 $\geq 80 \text{ dB}$
- 单位增益带宽 $\geq 40 \text{ MHz}$
- 相位裕量 $\geq 60 \text{ degree}$
- 转换速率 $\geq 30 \text{ V/us}$
- 共模抑制比 $\geq 60\text{dB}$
- 负电源抑制比 $\geq 80\text{dB}$
- 等效输入噪声 $\leq 300 \text{ nV/Hz @1KHz}$
- 输入失调电压 $\leq 0.5 \text{ mV}$

显然，该运放有30个设计参数：

- 所有管子的宽长， $W_i, L_i, i=1\cdots14$
- 电阻RB和补偿电容Cc

## §2.2 性能参数与约束条件的简略分析

### (1) 开环增益 $A_v$

如图2.2为两级放大器的差分输入级

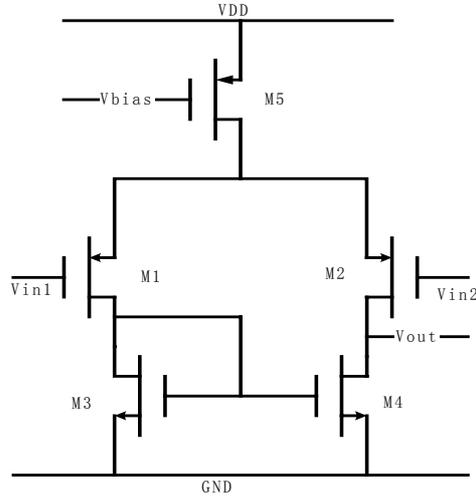


图 2.2 运放的差分输入级

第一级增益  $A_{V1} = -G_{m1}R_{o1} = -g_{m1}(r_{o2} \parallel r_{o4})$ ，第二级为M6&M7组成的共源放大器，增益

$$A_{V2} = -G_{m2}R_{o2} = -g_{m6}(r_{o6} \parallel r_{o7})。$$

所以整个放大器的增益为：

$$\begin{aligned} A_v &= \left( \frac{g_{m2}}{g_{o2} + g_{o4}} \right) \left( \frac{g_{m6}}{g_{o6} + g_{o7}} \right) \\ &= \frac{2C_{ox}}{(\lambda_N + \lambda_P)^2} \sqrt{\mu_N \mu_P \frac{W_2 W_6}{L_2 L_6 I_1 I_7}} \end{aligned}$$

### (2) 频率特性与相位补偿

该电路共存在四个极点：

(1) 补偿电容引入的主极点：

$$\omega_{p1} = \frac{G_{o1}}{(A_2 + 1)C_C} = \frac{g_{o2} + g_{o4}}{(A_2 + 1)C_C}$$

其中  $C_C = C_C + C_{gd6}$ ，因此由密勒效应形成的该极点是一个主极点。

(2) 输出极点

该极点由输出电容 $C_L$ 引起。忽略掉一些寄生电容，则

$$\omega_{pout} \approx \frac{g_{m6}}{C_L}，该极点是第二极点。$$

(3) 镜像极点

$$\omega_{p\text{mirror}} = \frac{g_{m3}}{C_{gs3} + C_{gs4} + C_{db1} + C_{db3} + C_{gd1}} \approx \frac{g_{m3}}{2C_{gs3}} \approx \frac{\omega_T}{2}$$

该极点是第三极点

(4) 寄生极点

该极点存在与Cc与M14消除正向零点的回路中。

$$\omega_{p4} = \frac{1}{R_{on14}C_1}$$

$$\text{其中 } C_1 = C_{gs6} + C_{gd4} + C_{db2} + C_{db4} + C_{gd2}$$

密勒电容Cc实现了对放大器的频率补偿，但同时由于有了通过Cc的正馈通路，因而产生了一个位于右半平面的零点  $\omega_z = \frac{g_{m6}}{C_c}$ ，该零点将引入负的相位平移，使得相位裕量减小，运放的稳定性变差。

为了消除该零点对相位的影响，可以引入一个工作在线形区的M14管，作为一个电阻与Cc共同构成反馈回路。串联上这个电阻之后，引入的零点将会移动，即  $\omega_z \approx \frac{1}{C_c \left( g_{m6}^{-1} - R_{on14} \right)}$

可见， $R_{on14}$  值的选取将会决定这个正馈零点被搬移到的位置。这时候一般可以采用对M14的两种取值方法来解决这个问题。

第一种方法，即参考资料[2]、[3]中采用的方法是取  $R_{on14} = g_{m6}^{-1}$ ，这样  $\omega_z$  将被推到无穷远处，自然就不会对相位产生什么影响。

第二种方法，也是我认为更好的一种方法。是利用这个零点可以被搬移的特点，将该正馈零点从右半平面搬移到对相位没有影响的左半平面，且选取M14的适当值，使得该零点刚好位于第一非主极点的位置。这样，不仅可以消除该零点对相位裕量的影响，还可以抵消掉第一非主极点对相位的影响，从而减轻了相位裕量对设计指标的限制，进而可以增大单位增益带宽，提高运放的性能。

那么 M14 的尺寸选取是如何确定的呢？

$$\because \omega_z \approx \frac{1}{C_c \left( g_{m6}^{-1} - R_{on14} \right)}$$

而该运放的第一非主极点位于左半平面，且  $\omega_p \approx \frac{-g_{m6}}{C_L}$ ，

$$\therefore \text{可以令 } \frac{1}{C_c \left( g_{m6}^{-1} - R_{on14} \right)} = \frac{-g_{m6}}{C_L}$$

$$\Rightarrow R_{on14} \approx \frac{C_L + C_c}{C_c g_{m6}}$$

接下来需要面对的问题就是，如何得到一个稳定的偏置电压，使得 M14 始终工作在所设定的线形区。

电路中如果选择合适的 M13 管的宽长比，使  $V_{GS13} = V_{GS6}$ ，则  $V_{GS14} = V_{GS11}$ 。由于

$$g_{m11} = \mu_n C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right)_{11} (V_{GS11} - V_{TH11}), \quad R_{on14} = \left[ \mu_n C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right)_{14} (V_{GS14} - V_{TH14}) \right]^{-1}$$

$$\therefore R_{on14} = g_{m11}^{-1} \frac{\left( \frac{W}{L} \right)_{11}}{\left( \frac{W}{L} \right)_{14}}$$

当零点与极点抵消时，有  $g_{m11}^{-1} \frac{\left( \frac{W}{L} \right)_{11}}{\left( \frac{W}{L} \right)_{14}} = g_{m6}^{-1} \left( 1 + \frac{C_L}{C_C} \right)$

所以可以得到 M14 管的宽长比：

$$\left( \frac{W}{L} \right)_{14} = \sqrt{\left( \frac{W}{L} \right)_{11} \left( \frac{W}{L} \right)_6} \sqrt{\frac{I_{ds6}}{I_{ds13}} \frac{C_C}{C_C + C_L}}$$

### (3) 等效输入噪声

因为运放第二级所产生的等效输入噪声要除以第一级的增益，相对很小，所以可以忽略掉。所以仅考虑第一级的输入噪声。

等效输入噪声可以用如下式子表示：

$$S_{n,in}^2 = \frac{\alpha}{f} + \beta$$

其中  $\beta$  表示热噪声， $\frac{\alpha}{f}$  表示 1/f 噪声。

且分别可以用以下的公式来计算：

$$\alpha = \frac{2K_{fp}}{C_{ox} W_1 L_1} \left( 1 + \frac{K_{fn} \mu_n L_1^2}{K_{fp} \mu_p L_3^2} \right), \quad \beta = \frac{16KT}{\sqrt[3]{2\mu_p C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right)_1 I_{DS1}}} \left[ 1 + \frac{\mu_n \left( \frac{W}{L} \right)_3}{\mu_p \left( \frac{W}{L} \right)_1} \right]$$

因此，等效输入噪声只是  $L_1$ ， $L_3$ ， $W_1$  和  $I_{DS1}$  的函数。

#### (4) 转换速率 Slew Rate (SR)

转换速率反映了运放在大信号工作下的电流驱动能力。

在该运放中，偏置电流  $I_{DS5}$  通过管子 M2，或者 M1、M3、M4 对电容  $C_c$  进行充电或者放电；另外，偏置电流  $I_{DS7}$  通过管子 M7，或者偏置电流  $I_{DS6}$  通过管子 M6，对电容  $C_c+C_L$  进行充电或者放电。运放的转换速率定义为这两个中的最小的一个。

$$\text{即 } SR = \min \left\{ \frac{I_{DS5}}{C_c}, \frac{I_{DS7}}{C_c + C_L} \right\}$$

#### (5) 静态功耗

因为  $P_{static} = (V_{DD} - V_{SS})(I_{DS8} + I_{DS9} + I_{DS5} + I_{DS7})$ ，所以一旦电源电压固定，那么静态功耗的指标将直接限制各支路电流的和。总的电流大小确定之后，我们就需要给各个支路分配一定的静态工作电流。这时候各支路电流如何分配就要看设计人员的经验了，所以很可能电流的分配并不能使整个电路的性能达到全局的最优。

#### (6) 输入失调电压

为了使输入失调电压尽可能的小，需要 M3、M4、M6 在设计时达到完全匹配，保证通过它们的电流密度相等。

则需要满足：

$$L_3 = L_4 = L_6$$

$$W_3 = W_4 = \left( \frac{I_{DS5}}{2 \times I_{DS7}} \right) \times W_6$$

#### (7) 偏置电路

偏置电路采用带一级 cascode 的 Widlar 电流镜，在提供偏置电流的同时，还为 M14 的栅极提供偏置电压。电路图如下：

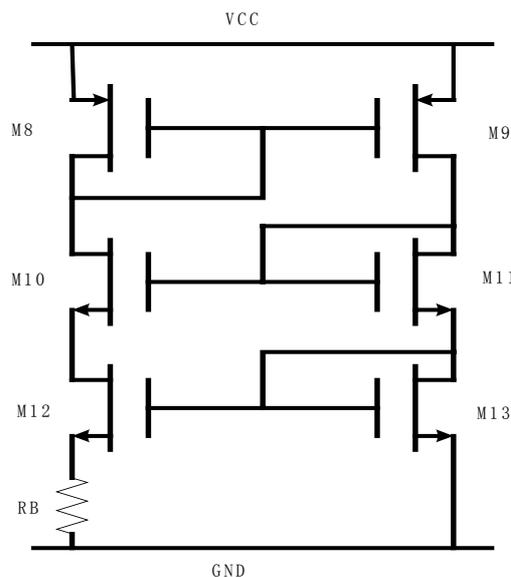


图 2.3 带一级 cascode 的 Widlar 电流镜

管子 M8、M9 构成电流镜，且将它们的宽长都设计成完全相等，以得到相等的电流。  
管子 M12、M13、Rb 满足关系式：

$$V_{GS12} + I_{DS12} \cdot R_B = V_{GS13}$$

又有  $V_{eff} = V_{GS} - V_{th}$ ，假定  $V_{GS12} = V_{GS13}$ ，

得到：

$$V_{eff12} + I_{DS12} \cdot R_B = V_{eff13}$$

$$\text{带入得：} \quad \sqrt{\frac{2I_{DS12}}{\mu_N C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_{12}}} + I_{DS12} \cdot R_B = \sqrt{\frac{2I_{DS13}}{\mu_N C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_{13}}}$$

$$\because I_{DS12} = I_{DS8} = I_{DS9} = I_{DS12}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2I_{DS13}}{\mu_N C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_{12}}} + I_{DS13} \cdot R_B = \sqrt{\frac{2I_{DS13}}{\mu_N C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_{13}}}$$

$$\text{所以：} \quad g_{m13} = \sqrt{2\mu_N C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_{13}} I_{DS13} = \frac{2 \left[ 1 - \sqrt{\left(\frac{W}{L}\right)_{13} / \left(\frac{W}{L}\right)_{12}} \right]}{R_B}$$

因此 M13 的跨导只与 M13 和 M12 的尺寸比，和电阻 Rb 的大小有关系，与工艺以及温度无关。

$$\text{一般情况下，取} \left(\frac{W}{L}\right)_{12} = 4 \left(\frac{W}{L}\right)_{13}，\text{则} g_{m13} = \frac{1}{R_B}。$$

## (8) 直流偏置条件

运放必须保证在共模输入动态范围和输出动态范围之内，所有管子（M14 除外）都工作在饱和区。

即对每个管子都需要满足条件：

$$|V_{DS}| \geq |V_{GS}| - |V_{TH}|$$

## (9) 过驱动条件

放大器正常工作情况下，必须保证每个管子在工作时远离亚阈值区，同时也可以提高晶体管的匹配度，从而对每一个管子至少有如下的条件约束：

$$V_{GS} - V_T = \sqrt{\frac{2I_{DS}}{\mu C_{ox} \frac{W}{L}}} \geq V_{overdrive, min}$$

通常  $V_{overdrive, min}$  最小可以取到 130mV，但具体的取值还要根据各个管子的具体情况而定。

**(10) 共模抑制比 (CMRR)**

共模抑制比可以用以下式子表示:

$$CMRR = \frac{2 * g_{m1} g_{m3}}{(g_{o1} + g_{o3}) * g_{o5}} = \frac{2C_{ox}}{(\lambda_N + \lambda_P) \lambda_P} \sqrt{\mu_N \mu_P \frac{W_1 W_3}{L_1 L_3 I_5^2}}$$

**(11) 负电源抑制比 (NPSRR)**

负电源抑制比可以用以下式子表示:

$$NPSRR = \frac{g_{m1} g_{m6}}{(g_{o2} + g_{o4}) * g_{o6}} = \frac{C_{ox}}{(\lambda_N + \lambda_P) \lambda_N} \sqrt{\mu_N \mu_P \frac{W_1 W_6}{L_1 L_6 I_1 I_6}}$$

**(12) 管子尺寸限制**

根据工艺和版图规则的要求, 所有管子的宽、长必须满足限制要求:

$$1000 \geq W_N \geq 1 (N=1, 2 \dots 14)$$

$$20 \geq L_N \geq 0.8 (N=1, 2 \dots 14)$$

**(13) 面积限制**

整个运放的面积可以近似为所有管子和电容的面积之和

$$A = \alpha_0 + \alpha_1 C_c + \alpha_2 \sum_{l=1}^{14} W_l L_l$$

其中  $\alpha_0$  表示一个固定面积, 在此取为 100;  $\alpha_1$  表示单位电容的面积大小, 在此取为 1000;

$\alpha_2$  表示一个比例系数, 它是考虑到漏、源区和连线的面积, 在此取为 8。

## 第三章 手工设计及仿真结果

### §3.1 手工计算

给定运放工作的正电源电压为 5V，负电源电压为 0V。由设计指标的要求，静态功耗不大于 2mw，所以电源提供的总电流必须不大于 400uA。首先进行电流分配：偏置电路各分配 10uA；将第二级分配尽可能大的电流，定为 290uA；剩余的 90uA 分配给第一级电路。并且这样的分配可以保证在 Cc 小于 3pf 的时候满足  $SR \geq 30V/\mu s$  的要求。具体的设计，先从等效输入噪声入手。

#### (1). 等效输入噪声

忽略第二级的等效输入噪声，因为第二级的等效输入噪声要除以第一级的增益。第一级的等效输入噪声功率谱密度  $S_{n,in}^2 = \frac{\alpha}{f} + \beta$ ，其中

$$\alpha = \frac{2K_{fp}}{C_{ox}W_1L_1} \left( 1 + \frac{K_{fn}\mu_n L_1^2}{K_{fp}\mu_p L_3^2} \right), \quad \beta = \frac{16KT}{3\sqrt{2\mu_p C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_1 I_{DS1}}} \left[ 1 + \frac{\mu_n \left(\frac{W}{L}\right)_3}{\mu_p \left(\frac{W}{L}\right)_1} \right]$$

因此，等效输入噪声只是  $L_1$ ， $L_3$ ， $W_1$  和  $I_{DS1}$  的函数。令  $L_1$ ， $L_3$  都取长度的最小值  $0.8\mu$ ，

则由等效输入噪声要求  $S_{n,in}^2 \leq S_{max}^2 = \left( 300nV/\sqrt{HZ} \right)^2$ ，(f=1KHZ) 时。将上式中各量分别带入

具体数值进行计算，可以发现在 1khz 时，上式中第二项即热噪声相对第一项来说可以忽略不计，并计算得  $W_1 \geq 228\mu m$ ，于是取  $W_1=228\mu$ 。

#### (2). 由带宽与极点的关系确定 M6 的大小

由于密勒补偿电容 Cc 的存在，P1 和 P2 两个极点将会分开得很远，这样在单位增益带宽频率处第一极点引入大约-90度的相移。由于 M14 的适当选取，将 Cc 引入的右半平面的零点搬移到了左半平面，并且正好移动到第二极点的位置，使得第二极点对相位的移动没有贡献。

参照[3]中的理论计算，当第二极点与第三极点重合时， $\frac{\omega_{p2}}{\omega_u}$  达到最大值 3.73，这时候  $\omega_u$  最大。因为还存在更高极点的影响，在此取  $\frac{\omega_{p2}}{\omega_u}$  等于 3，此时可以算得  $\frac{\omega_{p3}}{\omega_{p2}}=1.63$ 。且因为此时第二极点的附加相移被抵消掉，所以此时的相位裕度也会较大，可以满足 60度的要求。

并且, 因为第二极点  $\omega_{p2} = \frac{g_{m6}}{C_L}$

$$\Rightarrow g_{m6} = \omega_{p2} \times C_L = 2\pi \times 3 \times 40 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-12} = 2.26 \times 10^{-3}$$

$$\text{又 } g_{m6} = \sqrt{2I_6 \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_6} \Rightarrow \left(\frac{W}{L}\right)_6 = 85.4, \text{ 各个管的 } L \text{ 都取最小值 } 0.8 \mu,$$

所以得到  $W_6 = 68.3 \mu$ 。

**(3). 由失调电压的要求, 根据 M6 管的大小和流过它们的电流大小关系确定 M3, M4 管的大小**

$$\left(\frac{W}{L}\right)_3 = \left(\frac{W}{L}\right)_4 = \frac{\left(\frac{W}{L}\right)_6}{\frac{I_{ds6}}{I_{ds3,4}}} = 13.25 \Rightarrow W_3 = W_4 = 10.6 \mu$$

**(4). 确定 M5, M7**

由输出的动态范围要求, 当输出电压从 0V 变化到 4.5V, 应保证 M5, M7 两管始终处于饱和区, 所以这两个管的有效电压都设置为 0.5v。

$$\therefore \left(\frac{W}{L}\right)_5 = \frac{2I_{ds5}}{\mu_p C_{ox} V_{eff5}^2} = 20.87 \Rightarrow W_5 = 16.7 \mu$$

$$\therefore \left(\frac{W}{L}\right)_7 = \left(\frac{W}{L}\right)_5 \frac{I_{ds7}}{I_{ds5}} = 67.3 \Rightarrow W_7 = 53.8 \mu$$

**(5). 偏置部分与频率补偿部分的设计**

$$\left(\frac{W}{L}\right)_8 = \left(\frac{W}{L}\right)_9 = \frac{\left(\frac{W}{L}\right)_5}{\frac{I_{ds5}}{I_{ds8,9}}} = 2.3$$

$$\therefore W_8 = W_9 = 1.85 \mu$$

偏置部分采用的是带一级 cascode 的 widlar 电流镜, 且 M11, M13 同时为 M14 提供栅极的电压偏置。因为两个支路的电流相等均为 10u, 由第二章中的理论推导可得, M12 管的宽长比应取为 M13 管宽长比的 4 倍, Rb 的值应取为 1/g13。所以应该先确定 M13 管的大小。

因为由 Cc 的密勒补偿作用, 同时产生一个离原点较近的零点, 且位于右半平面。由于各极点在左半平面, 在右半平面的零点贡献了更大的相移, 因此使相位交点向原点移动。而且, 从波特近似中可知, 这零点减缓了幅值的下降, 因而使增益交点外推, 更远离原点。结果大大降低了稳定性。电路中是通过引入工作在线形区的 M14 来消除此零点的相移。将此零点移到左半平面, 且使其值等于第一个非主极点的值, 以便消除第一个非主极点对相位的影响。

$$\begin{aligned} \therefore \omega_z &\approx \frac{1}{C_c(g_{m6}^{-1} - R_{on14})} & \therefore \frac{1}{C_c(g_{m6}^{-1} - R_{on14})} &= \frac{-g_{m6}}{C_L} \\ &\Rightarrow R_{on14} \approx \frac{C_L + C_c}{C_c g_{m6}} \end{aligned}$$

电路中如果选择合适的 M13 管的宽长比，使  $V_{GS13} = V_{GS6}$ ，则  $V_{GS14} = V_{GS11}$ 。由于

$$\begin{aligned} g_{m11} &= \mu_n C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right)_{11} (V_{GS11} - V_{TH11}), \quad R_{on14} = \left[ \mu_n C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right)_{14} (V_{GS14} - V_{TH14}) \right]^{-1} \\ &\therefore R_{on14} = g_{m11}^{-1} \frac{\left( \frac{W}{L} \right)_{11}}{\left( \frac{W}{L} \right)_{14}} \end{aligned}$$

当零点与极点抵消时，有  $g_{m11}^{-1} \frac{\left( \frac{W}{L} \right)_{11}}{\left( \frac{W}{L} \right)_{14}} = g_{m6}^{-1} \left( 1 + \frac{C_c}{C_L} \right)$

所以可以得到 M14 管的宽长比

$$\left( \frac{W}{L} \right)_{14} = \sqrt{\left( \frac{W}{L} \right)_{11} \left( \frac{W}{L} \right)_6} \sqrt{\frac{I_{ds6}}{I_{ds13}} \frac{C_c}{C_c + C_L}}$$

上述推导的前提是  $V_{GS13} = V_{GS6}$ ， $\Rightarrow \left( \frac{W}{L} \right)_{13} = \frac{\left( \frac{W}{L} \right)_6}{\frac{I_{ds6}}{I_{ds13}}} = 2.9$

$$\Rightarrow W_{13} = 2.35\mu$$

取 M11，M10 两个管的大小与 M13 管相同，则

$$\Rightarrow W_{10} = W_{11} = 2.35\mu$$

$$\therefore W_{12} = 4W_{13} = 9.4\mu$$

$$R_B = \frac{1}{g_{m13}} = \frac{1}{\sqrt{2I_{ds13}\mu_n C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right)_{13}}} = 12.9K$$

$$\begin{aligned} \therefore \left( \frac{W}{L} \right)_{14} &= \sqrt{\left( \frac{W}{L} \right)_{11} \left( \frac{W}{L} \right)_6} \sqrt{\frac{I_{ds6}}{I_{ds13}} \frac{C_c}{C_c + C_L}} \quad (C_c \text{ 取为 } 1.5\text{pf}) \\ &= 29 \\ &\Rightarrow W_{14} = 23\mu \end{aligned}$$

### §3.2 结合 HSPICE 模拟调整参数值

结合 hspice 的模拟，对管子参数进行适当修正。将电路图及各个管子的具体参数写入网表，对电路进行直流工作点分析。输入网表时，各个管子的长度应该输入的值：

$L = L_{eff} + 2L_D$ 。因为一级模型给定的  $L_d$  为 0.2u，而管子的  $L_{eff}$  设定为 0.8u，所以各个管子的长度应该输入为 1.2u。进行静态工作点分析 (.OP) 时发现：

(一) 偏置部分的电流比设定的 10u 要小一点，这是由于 Rb 的取值是  $\frac{1}{g_{m13}}$ ，而  $g_{m13}$  在计算时没有考虑沟道长度调制效应，所以应该对 Rb 的值进行一下调整，修正几次，最终将其值定为 11.66k，此时偏置电路的电流正好为 10u。

(二) M9 管的电流比 10u 略大，由公式  $I_{ds} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) V_{eff}^2 (1 + \lambda V_{ds})$ ，经分析得，是由于 M9 管的  $V_{ds}$  比 M8 管的  $V_{ds}$  大 1.5v 左右导致。

(三) 分析各个管子的有效电压 vdsat 时发现，1, 2 两个管子的 vdsat 只有不到 100mv，不太满足过驱动条件，因而需要调节一下它们的 vdsat 大小。将 vdsat 设为 150mv，带入  $I_{ds} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) V_{eff}^2 (1 + \lambda V_{ds})$  公式，在电流不变的情况下，其  $\left(\frac{W}{L}\right)$  变为 95，由于等效输入噪声的限制，1, 2 管的 W 不能减小了，所以采用增大 1, 2 管的 L 方法，同时由于  $\left(\frac{W}{L}\right)$  变为 95，它们的 W 同时要减小。适当增大 L，将  $L_{eff}$  改为 1.2u，则 W 应为 114u。将 W1 和 W2 的宽长乘积不变的情况下做如上调整后，3, 4 管的  $L_{eff}$  同样要调整为 1.2u（由于噪声限制，需要 M1、M2、M3、M4 管的长度相等），在保证 3, 4 管的宽长比不变的情况下，需要将 W3 和 W4 调整为 16u。

(四) 运放第二级的偏置电流设定在 290u，但实际模拟出来的值为 302u，这是由于 M7 管的  $V_{ds}$  相比 M8 管的  $V_{ds}$  大出 2v 多造成的，将静态工作点分析的 7 管的  $V_{ds}$  带入电流修正公式  $I_{ds} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) V_{eff}^2 (1 + \lambda V_{ds})$  进行计算，得到调整的宽长比，反复修正几次，得到将偏置电流调为 290u 时的 7 管的宽  $W_7 = 47u$ 。

将修正后的各个参数重新写入网表文件并进行直流工作点分析，发现各个 MOS 管均正常工作在饱和区，偏置电路和第一、第二级放大电路的电流都达到了设定的值，并且两极放大管的跨导与计算值也基本一致。

至此，该运放的手工设计已经基本完成了，并且各项指标的计算结果也满足要求。但有一点值得注意，因为设计时将补偿电容 Cc 定为 1.5pf，那么由电流分配关系和转换速率 SR 的计算公式，可以得到  $SR = 60 \text{ V/us}$ 。这比设计要求达到的 30 V/us 大很多，为什么在设计时要取大一些的 SR，将在下一节对 SR 的测试时加以解释。

### §3.3 对运放的仿真测试结果

#### (1) 直流工作点分析

使用.OP 语句，得到静态功耗为 1.99mw。

各个节点电压为：

节点	电压值	节点	电压值	节点	电压值	节点	电压值
Vi1	2.5v	Vi2	2.5v	1	3.8v	2	951mv
3	951mv	4	951mv	5	1.2v	6	3.62v
7	2.06v	8	978mv	9	964mv	10	117mv

由 spice 分析结果得，静态工作点满足要求，各个 MOS 管处于正常工作状态，并且有足够的过驱动电压。

#### (2) 失调电压分析 (offset)

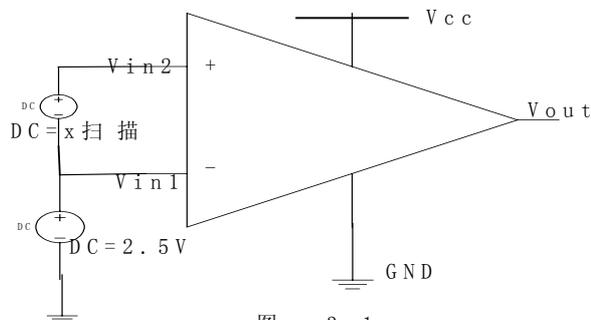


图 3.1

如图 3.1 所示连接电路，将运放的反相输入端与地之间接 2.5V 的直流电压，扫描同相端与反相端之间的直流电压，当输出端电压刚好为 2.5V 时，对应的同相端与反相端之间的电压值即为失调电压。网表为：

```

vin1 vi1 gnd 2.5v
vin2 vi2 vi1 x
.tran 1us 1ms sweep x 0.075mv 0.08mv 0.001mv

```

测得失调电压为 0.077mv。

#### (3) 共模输入电压范围

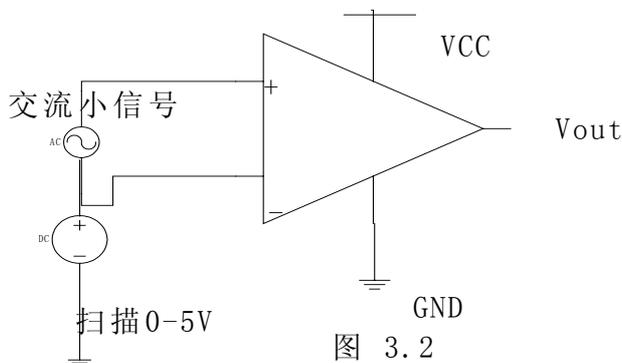


图 3.2

电路如图 3.2 所示连接，在运放同相端与反相端之间加交流信号进行.ac 测试，同时在反相输入端加共模扫描信号，则能保证电路正常工作的直流电压范围即为共模输入电压范围。网表输入为：

```
vin1 vi1 gnd dc=x
vin2 vi2 vi1 0v ac=1v
.ac dec 10 10 1000meg sweep x 0 5v 0.1v
```

测得共模输入范围为 1.0v~3.6v。(见图 3.3)

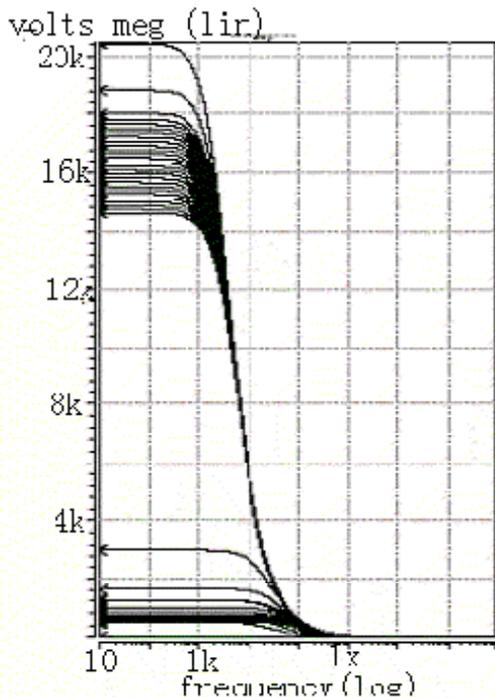


图 3.3 共模点测试结果

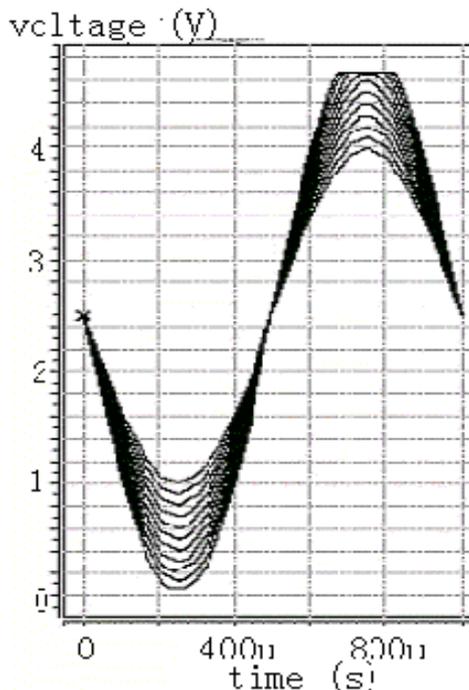


图 3.4 动态输出范围测试结果

(4) 运放的动态输出范围

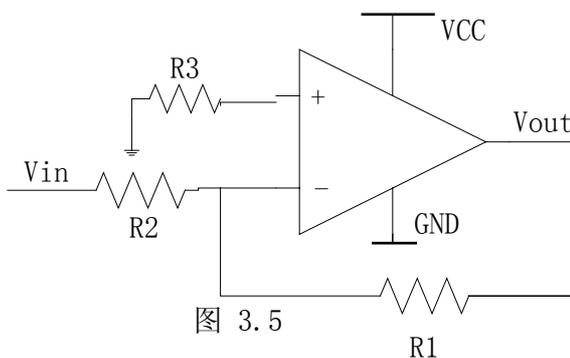


图 3.5

如上图 3.5，将运放接成负反馈的放大器，放大倍数设为 10 倍，在反相输入端接变化峰值的扫描正弦电压，测试输出端的动态输出电压范围。

```
网表为： r1 5 vi1 10k
r2 vi1 12 1k
r3 vi2 gnd 910
v1 12 gnd sin(2.5v x 1k)
v2 vi2 gnd 2.5v
tran 0.01ms 1ms sweep x 0.15v 0.25v 0.01v
```

测得动态范围为 0.4v~4.6v。(见图 3.4)

(5) 交流小信号分析

用.ac 语句进行交流小信号的分析测试，得到运放的开环增益、单位增益带宽和相位裕量。开环增益测得值为 85DB。单位增益带宽为 51MHz，相位裕量为 67degree。(如图 3.6 所示)

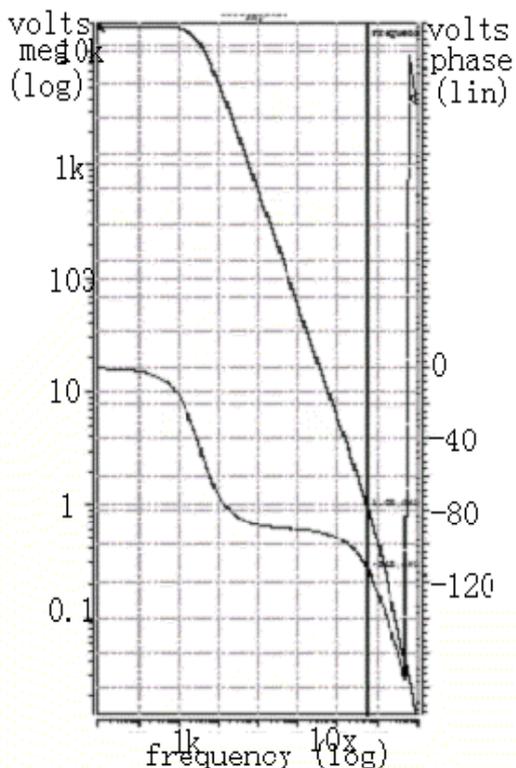


图 3.6 交流小信号测试

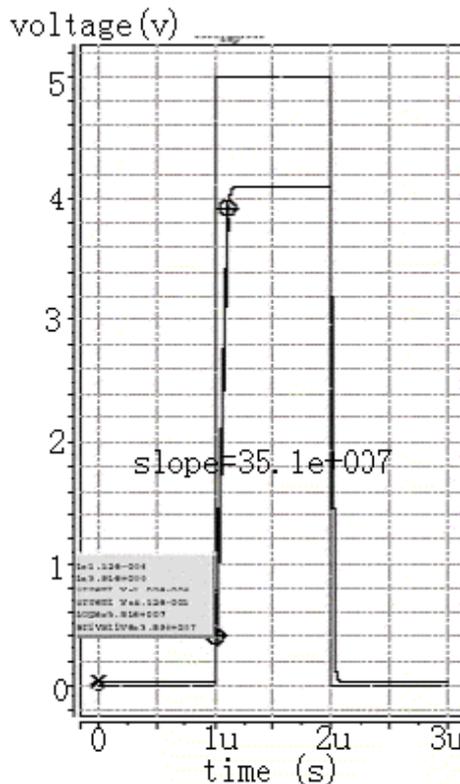


图 3.7 转换速率 SR 测试

(6) 共模抑制比 (CMRR)

在输入端加上共模小信号，把差模放大倍数与共模放大倍数相除，就得到 CMRR。

```
网表如下:
xamp vi1 vi2 vdd gnd 5 amp
xamp2 vc1 vc2 vdd gnd vout2 amp
vin1 vi1 gnd 2.5v
vin2 vi2 vi1 ac=1v
vcin1 vc1 gnd 2.5v ac=1v
vcin2 vc2 vc1 0v
.ac dec 10 10 1000meg
.probe CMRR=par('20*log10(v(5)/v(vin2))-20*log10(v(vout2)/v(vcin2))')
```

测得 CMRR=89DB。

(7) 转换速率 (SR)

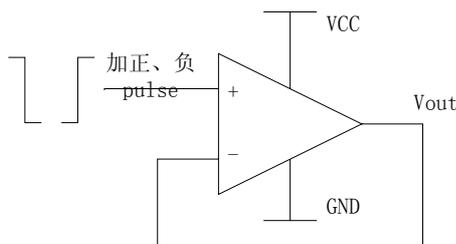


图 3.8

电路接法如上页图 3.8，将输出端全部反馈回反相输入端，即将运放接成单位增益放大器，然后在同相输入端分别加正、负阶跃脉冲，进行瞬态分析，即可得到 Slew Rate 的值。

```
vin1 vi2 gnd pulse 0 5v 1us 0 0 1us 2us
vin2 vi1 5 0
.tran 1ns 3us
```

测得 SR 为 35V / us。(见图 3.7)

这里需要指出，为什么手工计算的 SR 可以达到 60V / us，但 SPICE 模拟的结果却只能达到 35V / us。由 SR 的定义  $SR = \min\left\{\frac{I_{DS5}}{C_c}, \frac{I_{DS7}}{C_c + C_L}\right\}$ ，即在该运放中，偏置电流 Ids5 通过管子 M2，或者 M1、M3、M4 对电容 Cc 进行充电或者放电；另外，偏置电流 Ids7 通过管子 M7，或者偏置电流 Ids6 通过管子 M6，对电容 Cc+CL 进行充电或者放电。运放的转换速率定义为这两个中的最小的一个。在该运放的转换过程中， $\frac{I_{DS5}}{C_c}$  是较小的值，所以由它定义了转换速率的大小。然而在实际的转换过程中，这个模型只是转换速率的近似，存在一定的误差。因为偏置电流 Ids5 通过管子 M2，或者 M1、M3、M4 对电容 Cc 进行充放电时，M1 或 M2 何时导通、何时关闭并不能确定，所以实际上对 Cc 进行充放电的平均电流肯定会小于 Ids5，由此导致了手工计算的 SR 与 SPICE 模拟的 SR 之间有一定的偏差。这就告诉我们在设计 SR 指标时，应当考虑到这个 SR 模型的不精确性，将转换速率尽量设计得大一些，以保证在一定偏差内运放的实际转换速率能够达到规格要求。这个问题在下一章进行几何规划优化时还会碰到。

## (8) 等效输入噪声

使用.noise 语句: .noise v(5) vin2 1000

测得噪声为  $299 nV / \sqrt{HZ} @ 1KHz$ 。

## 第四章、 GP 优化方法设计运放

本章采用 GPCAD 的方法, 利用 matlab、mosek 等数学工具对二级运放进行设计。针对设计指标中的单位增益带宽一项, 进行优化设计, 最终得到了一个使单位增益带宽最大的全局最优设计。并与第三章中的仿真结果进行分析、比较。

### §4.1 GPCAD 简介

Geometric programming(GP)优化方法是一种数学上的优化方法, 在二十世纪六十年代后期已经出现并开始应用于各个领域。近年来更是大规模的应用在使数字电路的 Elmore 延迟最小化而得到相应的晶体管和导线的尺寸。但是, 在模拟集成电路的设计中还很少使用。

这里先对 GP 优化方法进行简单的介绍。

假设  $x_1, \dots, x_n$  是  $n$  个正实变量, 我们用  $x$  表示向量  $(x_1, \dots, x_n)$ , 如果一个函数  $f$  满足下式, 则称  $f$  是向量  $x$  的一个多项式函数。

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^l c_k x_1^{a_{1k}} x_2^{a_{2k}} \dots x_n^{a_{nk}}$$

其中  $c_k \geq 0$ ,  $a_{nk} \in R$ 。  $c_k$  必须是一个非负数, 而  $a_{nk}$  可以是任何实数、负数或者分数。

如果  $l=1$ , 只有一个项, 称  $f$  是向量  $x$  的一个单项式函数。多项式函数是加法、减法和非负比例三种操作, 而单项式函数是乘法和非负比例两种操作。几何优化是如下形式的一个优化问题:

$$\text{minimize } f_0(x)$$

$$\text{subject to } f_i(x) \leq 1, i=1, \dots, m$$

$$g_i(x) = 1, i=1, \dots, p$$

$$x_i > 0, i=1, \dots, n$$

其中  $f_0, \dots, f_m$  是多项式函数,  $g_1, \dots, g_p$  是单项式函数。

许多变形的多项式函数也是应用非常广泛的。例如, 假定  $f$  是一个多项式函数,  $g$  是一个单项式函数, 那么约束不等式  $f(x) \leq g(x)$  可以表示为  $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 1$ , 因为  $\frac{f(x)}{g(x)}$  是一个多项式函数。

同样的, 如果  $g_1$  和  $g_2$  都是单项式函数, 那么约束等式  $g_1(x) = g_2(x)$  可以表示为  $\frac{g_1(x)}{g_2(x)} = 1$ , 因

为  $\frac{g_1(x)}{g_2(x)}$  是一个单项式函数。

一个几何优化问题可以转化为一个凸优化问题: 在凸不等式约束和线性等式约束条件下的凸函数的最值问题。将几何优化问题转换成一个凸函数问题是我们得到几何优化问题的全局最优结果的关键。

定义新的变量  $y_i = \log x_i$ , 对多项式函数  $f$  进行对数运算得到

$$h(y) = \log\left(f\left(e^{y_1}, \dots, e^{y_m}\right)\right) = \log\left(\sum_k e^{a_k^T y + b_k}\right)$$

其中  $a_k^T = [a_{1k}, \dots, a_{mk}]$ ,  $b_k = \log c_k$ 。显然,  $h$  是关于新变量  $y$  的凸函数。

我们可以将标准的几何优化问题转换成如下的凸优化问题:

$$\text{minimize } \log f_0\left(e^{y_1}, \dots, e^{y_m}\right)$$

$$\text{subject to } \log f_i\left(e^{y_1}, \dots, e^{y_m}\right) \leq 0, i = 1, \dots, m$$

$$\log g_i\left(e^{y_1}, \dots, e^{y_m}\right) = 0, i = 1, \dots, p$$

这就是所谓的指数型几何优化问题。我们能够使用有效的内点方法 (Interior-point method) 来求解, 而且求解有完善的二元性, 灵敏度理论依据。

## §4.2 几何规划优化设计

采用GP优化方法可以对任何一个设计指标进行优化。最重要的步骤是整理出所有约束等式与不等式。一旦使用恰当的模型将电路参数准确地提取出来, 使之能够全面、完整地描述电路的所有性能, 并且能将所有的限制条件都考虑周到, 并整理成约束条件, 那么只需要将目标函数与限制条件进行位置互换就能够根据实际应用时运放的在系统中的作用, 分别针对各个指标进行优化。在此, 选取单位增益带宽作为目标函数对它进行优化。

该运放的原理以及各个限制因素已在第二章中进行了详细的叙述, 因此在这里就不再赘述原理。直接从电路中将约束条件抽象出来, 整理成纯数学描述的等式与不等式的形式。并转化成符合mosek优化工具要求的输入形式。

● 目标函数 
$$\text{minimize } \frac{f_{\min}}{f_u}$$

其中 
$$f_u = \frac{\omega_u}{2\pi} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} = \frac{\sqrt{I_1 \mu_p C_{ox}} \frac{W_1}{L_1}}{2\pi C_c}$$
,  $f_{\min}$  为设计指标要求的至少达到的带宽

● 限制等式与不等式

(1) 对称与匹配:

$$W_1 = W_2 \quad W_3 = W_4 \quad W_8 = W_9 \quad W_{10} = W_{11} = W_{13}$$

$$L_1 = L_2 \quad L_3 = L_4 \quad L_8 = L_9 \quad L_{10} = L_{11} = L_{13}$$

(2) 电流镜要求:

$$L_5 = L_7 = L_8$$

(3) 电流源要求:

$$\frac{W_{12}L_{13}}{4*W_{13}L_{12}} = 1 \quad R_B * \sqrt{2 * I_8 * \mu_N C_{ox} \frac{W_{13}}{L_{13}}} = 1$$

(4) 尺寸限制:

$$1000 \geq W_N \geq 1 (N = 1, 2 \dots 14)$$

$$20 \geq L_N \geq 0.8 (N = 1, 2 \dots 14)$$

(5) 面积限制:

$$100 + 1000 C_C + 8 \sum_{l=1}^{14} W_l L_l \leq A_{\max}$$

(6) 系统失调要求:

$$\frac{2 * W_3 L_6 W_7 L_5}{L_3 W_6 W_5 L_7} = 1$$

(7) 各个支路电流:

以M8管的电流为设计变量, 其余所有支路的电流都用I8, 以及各个管的宽、长变量的表达式来表示。

(8) 偏置条件:

所有管子都必须处于饱和区:

(输入共模电压固定在 2.5v, 输出范围为 0.5v~4.5v。)

$$\text{对 M1: } \frac{1}{2.7} \sqrt{\frac{W_5 L_8 L_3 I_8}{L_5 W_8 \mu_N C_{ox} W_3}} \leq 1$$

对 M2: 因为对称, 所以只要 M1 满足条件, 则 M2 也自然满足饱和的条件。  
M3, M4 自动满足饱和条件。

$$\text{M5: } \frac{1}{1.6} * \left( \sqrt{\frac{W_5 L_8 L_1 I_8}{L_5 W_8 \mu_p C_{ox} W_1}} + \sqrt{2 \frac{W_5 L_8 L_5 I_8}{L_5 W_8 \mu_p C_{ox} W_5}} \right) \leq 1$$

$$\text{M6: } 2 * \sqrt{2 \frac{W_7 L_8 L_6 I_8}{L_7 W_8 \mu_N C_{ox} W_6}} \leq 1$$

$$\text{M7: } 2 * \sqrt{2 \frac{W_7 L_8 L_7 I_8}{L_7 W_8 \mu_p C_{ox} W_7}} \leq 1$$

其余管子 (除M14) 均处于饱和区。

(9) 过驱动条件:

为保证所有处于饱和区的管子远离亚阈值区, 设定满足的过驱动电压为 130mv。

故对所有的管子都至少需要满足:

$$\sqrt{\frac{2I}{\mu C_{ox} \frac{W}{L}}} \geq 0.13$$

(10) 功耗:

$$V_{DD}(2^* I_8 + I_5 + I_7) \leq P_{\max}$$

(11) 增益:

$$A_v = \left( \frac{g_{m2}}{g_{o2} + g_{o4}} \right) \left( \frac{g_{m6}}{g_{o6} + g_{o7}} \right) = \frac{2C_{ox}}{(\lambda_N + \lambda_P)^2} \sqrt{\mu_N \mu_P \frac{W_2 W_6}{L_2 L_6 I_1 I_7}}$$

所以需要满足:

$$\frac{2C_{ox}}{(\lambda_N + \lambda_P)^2} \sqrt{\mu_N \mu_P \frac{W_2 W_6}{L_2 L_6 I_1 I_7}} \geq A_{v\min}$$

(12) 零极点补偿:

由补偿电容  $C_c$  引入的零点可由 M14 的作用搬到左半平面, 并且正好搬到第一个非主极点处, 消除了第一非主极点。可以由此确定 M14 管子的宽长比。

$$\frac{W_{14}}{L_{14} \sqrt{\frac{W_{11} W_6}{L_{11} L_6} \sqrt{\frac{W_7 L_8}{L_7 W_8} \frac{C_c}{C_c + C_L}}}} = 1$$

(13) Slew Rate:

要求为  $\frac{C_c}{I_5} \leq \frac{1}{SR\min}, \frac{C_c + C_L}{I_7} \leq \frac{1}{SR\min}$

(14) 等效输入噪声:

$$S_{n,in}^2 = \frac{\alpha}{f} + \beta \leq S_{n,max}^2, \text{ 其中}$$

$$\alpha = \frac{2K_{fp}}{C_{ox} W_1 L_1} \left( 1 + \frac{K_{fn} \mu_n L_1^2}{K_{fp} \mu_p L_3^2} \right), \quad \beta = \frac{16KT}{3 \sqrt{2 \mu_p C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right)_1 I_{DS1}}} \left[ 1 + \frac{\mu_n \left( \frac{W}{L} \right)_3}{\mu_p \left( \frac{W}{L} \right)_1} \right]$$

(15) CMRR:

$$CMRR = \frac{2^* g_{m1} g_{m3}}{(g_{o1} + g_{o3})^* g_{o5}} = \frac{2C_{ox}}{(\lambda_N + \lambda_P) \lambda_P} \sqrt{\mu_N \mu_P \frac{W_1 W_3}{L_1 L_3 I_5}} \geq CMRR_{\min}$$

(16) NPSRR:

$$NPSRR = \frac{g_{m1} g_{m6}}{(g_{o2} + g_{o4})^* g_{o6}} = \frac{C_{ox}}{(\lambda_N + \lambda_P) \lambda_N} \sqrt{\mu_N \mu_P \frac{W_1 W_6}{L_1 L_6 I_1 I_6}} \geq NPSRR_{\min}$$

(17) 相位裕度:

第一非主极点被 M14 补偿掉, 所以镜像极点、寄生极点成为影响相位裕度的主要极点。采用近似  $\arctan x \approx x, (x < 25^\circ)$ , 有

$$\frac{90^\circ - PM_{\min}}{360^\circ} \times 2\pi \geq \left( \frac{\omega_u}{\omega_{p3}} \right) + \left( \frac{\omega_u}{\omega_{p4}} \right)$$

$$\text{其中第三极点 } \omega_{pmirror} = \frac{g_{m3}}{C_{gs3} + C_{gs4} + C_{db1} + C_{db3} + C_{gd1}}$$

$$\text{第四极点 } \omega_{p4} = \frac{1}{R_{om14} C_1}, \quad C_1 = C_{gs6} + C_{gd4} + C_{db2} + C_{db4} + C_{gd2}$$

至此，已经将所有的目标函数、约束等式、约束不等式整理出来，但整理的格式不符合 mosek 优化程序的输入格式，因此还需要将它们进一步整理成详细的、格式化的式子。

### §4.3 Mosek 标准格式的公式整理

#### 1. 变量定义:

利用等式的限制条件，将原来的 30 个变量转化为如下的 10 个变量:

$$W_1, W_3, W_5, W_7, W_8, L_1, L_3, L_8, I_8, C_c$$

#### 2. 目标函数:

$$(0) \quad \frac{f_{\min}}{f_u} = \frac{2\pi f_{\min}}{\sqrt{\mu_p C_{OX}}} W_1^{-0.5} W_5^{-0.5} W_8^{0.5} L_1^{0.5} I_8^{-0.5} C_c$$

#### 3. 约束不等式:

增益约束:

$$(1) \quad \frac{10^{\frac{A_{V\min}}{20}} (\lambda_N + \lambda_P)^2}{4C_{OX} \sqrt{\mu_p \mu_N}} W_1^{-0.5} W_3^{-0.5} W_5 W_8^{-1} L_1^{0.5} L_3^{0.5} I_8 \leq 1$$

面积约束:

$$(2) \quad \frac{\alpha_0}{A_{\max}} + \frac{\alpha_1}{A_{\max}} C_c + \frac{\alpha_2}{A_{\max}} \left( \begin{array}{l} 2W_1 L_1 + 2W_3 L_3 \\ + W_5 L_8^2 \left( 1 + \frac{C_c}{C_c + C_L} \right) W_3 W_5^{-1} W_7 L_3 \\ + W_7 L_8 + 2W_8 L_8 + 14W_3 W_5^{-1} W_8 L_3 \end{array} \right) \leq 1$$

Slew Rate 的约束:

$$(3) \quad SR_{\min} \leq \frac{I_5}{C_c + C_1}, \quad C_1 = C_{gs6} + C_{db2} + C_{db4} + C_{gd2} + C_{gd4}$$

$$SR_{\min} W_5^{-1} W_8 I_8^{-1} C_c + \frac{4}{3} C_{OX} SR_{\min} W_3 W_5^{-2} W_7 W_8 L_3 I_8^{-1} + 2L_D C_{OX} SR_{\min} W_3 W_5^{-2} W_7 W_8 I_8^{-1}$$

$$+ SR_{\min} \left[ \frac{C_{JP} L_S + C_{JDWP}}{\left( 1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0} \right)^2} + L_D C_{OX} \right] W_1 W_5^{-1} W_8 I_8^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 & +SR_{\min} \left[ \frac{C_{JN}L_S + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] W_3 W_5^{-1} W_8 I_8^{-1} \\
 & +SR_{\min} \left[ \frac{2C_{JDWP}L_S}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN}L_S}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] W_5^{-1} W_8 I_8^{-1} \leq 1
 \end{aligned}$$

$$(4) \quad SR_{\min} \leq \frac{I_7}{C_c + C_{TL}}, C_{TL} = C_L + C_{db6} + C_{db7} + C_{gd6} + C_{gd7}$$

$$\begin{aligned}
 & SR_{\min} W_7^{-1} W_8 I_8^{-1} C_c + SR_{\min} \left[ \frac{2L_S(C_{JDWN} + C_{JDWP})}{\left(1 + \frac{V_{DD}}{2\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + C_L \right] W_7^{-1} W_8 I_8^{-1} \\
 & + 2SR_{\min} \left[ \frac{C_{JN}L_S + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{DD}}{2\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + C_{OX}L_D \right] W_3 W_5^{-1} W_8 I_8^{-1} + SR_{\min} \left[ \frac{C_{JP}L_S + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD}}{2\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + C_{OX}L_D \right] W_8 I_8^{-1} \leq 1
 \end{aligned}$$

静态功耗约束:

$$(5) \quad \frac{V_{DD}}{P_{STATIC,MAX}} (W_5 W_8^{-1} I_8 + W_7 W_8^{-1} I_8 + 2I_8) \leq 1$$

噪声约束:

$$(6) \quad S_{N,IN}^2 = \frac{\alpha}{f} + \beta \leq S_{MAX}^2$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{2K_{FP}}{C_{OX} S_{MAX}^2 f} W_1^{-1} L_1^{-1} + \frac{2K_{FN} \mu_N}{C_{OX} S_{MAX}^2 f \mu_P} W_1^{-1} L_3^{-2} L_1 \\
 & + \frac{16KT}{3S_{MAX}^2 \sqrt{\mu_P} C_{OX}} W_1^{-0.5} W_5^{-0.5} W_8^{0.5} L_1^{0.5} I_8^{-0.5} \\
 & + \frac{16KT \sqrt{\mu_N}}{3S_{MAX}^2 \sqrt{\mu_P} C_{OX}} W_1^{-1} W_3^{0.5} W_5^{-0.5} W_8^{0.5} L_1 L_3^{-0.5} I_8^{-0.5} \leq 1
 \end{aligned}$$

共模抑制比约束:

$$(7) \quad \frac{10^{CMRR}}{4C_{OX} \sqrt{\mu_N \mu_P}} (\lambda_N + \lambda_P) \lambda_P W_1^{-0.5} W_3^{-0.5} W_5 W_8^{-1} L_1^{0.5} L_3^{0.5} I_8 \leq 1$$

负电源抑制比约束:

$$(8) \quad \frac{10^{\frac{nPSRR}{20}} (\lambda_N + \lambda_P) \lambda_N}{4C_{OX} \sqrt{\mu_N \mu_P}} W_1^{-0.5} W_3^{-0.5} W_5 W_8^{-1} L_1^{0.5} L_3^{0.5} I_8 \leq 1$$

共模输入最小值:

$$(9) \quad \frac{1}{V_{CM,MIN} - V_{TN} - V_{TP}} \sqrt{\frac{1}{\mu_N C_{OX}}} W_3^{-0.5} W_5^{0.5} W_8^{-0.5} L_3^{0.5} I_8^{0.5} \leq 1$$

共模输入最大值:

(10)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{V_{DD} - V_{CM,MAX} + V_{TP}} \sqrt{\frac{1}{\mu_P C_{OX}}} W_1^{-0.5} W_5^{0.5} W_8^{-0.5} L_1^{0.5} I_8^{0.5} \\ & + \frac{1}{V_{DD} - V_{CM,MAX} + V_{TP}} \sqrt{\frac{2}{\mu_P C_{OX}}} W_8^{-0.5} L_8^{0.5} I_8^{0.5} \leq 1 \end{aligned}$$

输出最小值:

$$(11) \quad \frac{1}{V_{OUT,MIN}} \sqrt{\frac{1}{\mu_N C_{OX}}} W_3^{-0.5} W_5^{0.5} W_8^{-0.5} L_3^{0.5} I_8^{0.5} \leq 1$$

输出最大值:

$$(12) \quad \frac{1}{V_{DD} - V_{OUT,MAX}} \sqrt{\frac{2}{\mu_P C_{OX}}} W_8^{-0.5} L_8^{0.5} I_8^{0.5} \leq 1$$

过驱动条件约束:

$$(13) \quad V_{overdrive,min} \sqrt{\mu_P C_{OX}} W_1^{0.5} W_5^{-0.5} W_8^{0.5} L_1^{-0.5} I_8^{-0.5} \leq 1$$

$$(14) \quad V_{overdrive,min} \sqrt{\mu_N C_{OX}} W_3^{0.5} W_5^{-0.5} W_8^{0.5} L_3^{-0.5} I_8^{-0.5} \leq 1$$

$$(15) \quad V_{overdrive,min} \sqrt{\frac{\mu_P C_{OX}}{2}} W_8^{0.5} L_8^{-0.5} I_8^{-0.5} \leq 1$$

尺寸约束:

$$(16) \quad W_1^{-1} \leq 1 \quad (17) \quad W_3^{-1} \leq 1 \quad (18) \quad W_5^{-1} \leq 1 \quad (19) \quad W_7^{-1} \leq 1$$

$$(20) \quad W_8^{-1} \leq 1 \quad (21) \quad \frac{W_1}{1000} \leq 1 \quad (22) \quad \frac{W_3}{1000} \leq 1 \quad (23) \quad \frac{W_5}{1000} \leq 1$$

$$(24) \quad \frac{W_7}{1000} \leq 1 \quad (25) \quad \frac{W_8}{1000} \leq 1 \quad (26) \quad 0.8L_1^{-1} \leq 1 \quad (27) \quad 0.8L_3^{-1} \leq 1$$

$$(28) \quad 0.8L_8^{-1} \leq 1 \quad (29) \quad \frac{L_1}{20} \leq 1 \quad (30) \quad \frac{L_3}{20} \leq 1 \quad (31) \quad \frac{L_8}{20} \leq 1$$

相位裕量约束:

$$(32) \quad \frac{57.3}{90 - PM_{\min}} \left[ \left( \frac{\omega_U}{\omega_{P3}} \right) + \left( \frac{\omega_U}{\omega_{P4}} \right) \right] \leq 1$$

$$\text{第三极点 } \frac{\omega_U}{\omega_{P3}} = \frac{\frac{g_{m1}}{C_c} = \frac{g_{m1} C_2}{g_{m3} C_c}}{\frac{g_{m3}}{C_2}}$$

$$\text{其中 } C_2 = C_{gs3} + C_{gs4} + C_{db1} + C_{db3} + C_{gd1}$$

$$= \frac{4}{3} W_3 L_3 C_{ox} + 2W_3 L_D C_{ox} + \left[ \frac{C_{JP} L_D + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{ox} \right] W_1$$

$$+ \frac{C_{JN} L_D + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} W_3 + \left[ \frac{2C_{JDWP} L_D}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN} L_D}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

共有 5 项，整理为四个式子：

$$(1) \quad \frac{g_{m1}}{g_{m3}} \frac{\frac{4}{3} W_3 L_3 C_{ox} + 2W_3 L_D C_{ox}}{C_c} = \frac{\sqrt{\mu_p \frac{W_1}{L_1}} \frac{4}{3} W_3 L_3 C_{ox} + 2W_3 L_D C_{ox}}{\sqrt{\mu_n \frac{W_3}{L_3}} C_c}$$

$$= \frac{4}{3} C_{ox} \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}} W_1^{0.5} W_3^{0.5} L_1^{-0.5} L_3^{1.5} C_c^{-1} + 2L_D C_{ox} \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}} W_1^{0.5} W_3^{0.5} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1}$$

$$(2) \quad \frac{g_{m1}}{g_{m3}} \left[ \frac{C_{JP} L_S + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{ox} \right] W_1$$

$$C_c$$

$$= \left[ \frac{C_{JP} L_S + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{ox} \right] \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}} W_1^{1.5} W_3^{-0.5} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1}$$

$$(3) \quad \frac{g_{m1}}{g_{m3}} \frac{\frac{C_{JN} L_S + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} W_3}{C_c} = \frac{C_{JN} L_S + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}} W_1^{0.5} W_3^{0.5} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1}$$

(4)

$$\frac{g_{m1}}{g_{m3}} \left[ \frac{2C_{JDWP}L_S}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN}L_S}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \frac{1}{C_c}$$

$$= \left[ \frac{2C_{JDWP}L_S}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN}L_S}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n} W_1^{0.5} W_3^{-0.5} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1}}$$

第四极点  $\frac{\omega_U}{\omega_{P4}} = \frac{\frac{g_{m1}}{C_c}}{\frac{1}{R_{on14}C_1}} = \frac{g_{m1}}{g_{m6}} \frac{C_1}{C_c} \left(1 + \frac{C_L}{C_c}\right)$ , 共 10 项, 整理为 8 个式子

(1)

$$\frac{g_{m1} \frac{2}{3} W_6 L_6 C_{OX} + W_6 L_D C_{OX}}{g_{m6} C_c} = \frac{\sqrt{\mu_p \frac{W_1}{L_1} \left(\frac{W_5}{L_5}\right)^2} \frac{2}{3} W_6 L_6 C_{OX} + W_6 L_D C_{OX}}{\sqrt{4\mu_n \frac{W_3}{L_3} \left(\frac{W_7}{L_7}\right)^2} C_c}$$

$$= \frac{2}{3} C_{OX} \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n} W_1^{0.5} W_3^{0.5} L_1^{-0.5} L_3^{1.5} C_c^{-1}} + L_D C_{OX} \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n} W_1^{0.5} W_3^{0.5} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1}}$$

(2)

$$\frac{g_{m1} \frac{2}{3} W_6 L_6 C_{OX} + W_6 L_D C_{OX}}{g_{m6} C_c} \frac{C_L}{C_c}$$

$$= \frac{2}{3} C_L C_{OX} \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n} W_1^{0.5} W_3^{0.5} L_1^{-0.5} L_3^{1.5} C_c^{-2}} + L_D C_L C_{OX} \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n} W_1^{0.5} W_3^{0.5} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-2}}$$

(3)

$$\frac{g_{m1}}{g_{m6}} \left[ \frac{C_{JP}L_S + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] W_2$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[ \frac{C_{JP}L_S + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] \sqrt{\frac{\mu_p}{4\mu_n}} W_1^{1.5} W_3^{-0.5} W_5 W_7^{-1} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1} \\
 (4) \quad & \frac{g_{m1}}{g_{m6}} \frac{\left[ \frac{C_{JP}L_D + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] W_2}{C_c} \frac{C_L}{C_c} \\
 &= \left[ \frac{C_{JP}L_D + C_{JDWP}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] C_L \sqrt{\frac{\mu_p}{4\mu_n}} W_1^{1.5} W_3^{-0.5} W_5 W_7^{-1} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-2} \\
 (5) \quad & \frac{g_{m1}}{g_{m6}} \frac{\left[ \frac{C_{JN}L_S + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] W_4}{C_c} \\
 &= \left[ \frac{C_{JN}L_S + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] \sqrt{\frac{\mu_p}{4\mu_n}} W_1^{0.5} W_3^{0.5} W_5 W_7^{-1} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1} \\
 (6) \quad & \frac{g_{m1}}{g_{m6}} \frac{\left[ \frac{C_{JN}L_D + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] W_4}{C_c} \frac{C_L}{C_c} \\
 &= \left[ \frac{C_{JN}L_D + C_{JDWN}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + L_D C_{OX} \right] C_L \sqrt{\frac{\mu_p}{4\mu_n}} W_1^{0.5} W_3^{0.5} W_5 W_7^{-1} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-2}
 \end{aligned}$$

(7)

$$\frac{g_{m1}}{g_{m6}} \left[ \frac{2C_{JDWP}L_S}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN}L_S}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \frac{1}{C_c}$$

$$= \left[ \frac{2C_{JDWP}L_S}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN}L_S}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \sqrt{\frac{\mu_p}{4\mu_n} W_1^{0.5} W_3^{-0.5} W_5 W_7^{-1} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-1}}$$

$$(8) \quad \frac{g_{m1}}{g_{m6}} \left[ \frac{2C_{JDWP}L_D}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN}L_D}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] \frac{C_L}{C_c}$$

$$= \left[ \frac{2C_{JDWP}L_D}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} + \frac{2C_{JDWN}L_D}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\varphi_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \right] C_L \sqrt{\frac{\mu_p}{4\mu_n} W_1^{0.5} W_3^{-0.5} W_5 W_7^{-1} L_1^{-0.5} L_3^{0.5} C_c^{-2}}$$

## §4.4 优化结果

优化过程中遇到的最大的一个问题，就是对优化的结果进行仿真的时候，在 Slew Rate 和输出动态范围两项测试中，出现输出不正常的现象，包括不能正常的电压跟随和输出出现较大抖动的问题。经过研究，我发现，在过驱动电压的限制上，不能简单地仅仅把所有管子的过驱动电压限制在不低于 130mV 就行了，而需要根据各个管子的具体情况，分别具体地施加过驱动电压限制。因为在大信号的时候，个别管子的过驱动电压如果设定的太小，就会导致管子很容易进入线形区，致使不能达到预定的性能指标。

将 matlab 优化出的结果整理如下表：

表格 4.1

宽度参数	数值	长度参数	数值
W1=W2	97.867 um	L1=L2	0.8 um
W3=W4	24.1 um	L3=L4	1.373 um
W5	70.48 um	L5	2.2227 um
W6	89.374 um	L6	1.373 um
W7	130.68 um	L7	2.2227 um
W8=W9	2.5 um	L8=L9	2.2227 um
W10	1.0 um	L10	0.8 um
W11	1.0 um	L11	0.8 um
W12	4.0 um	L12	0.8 um
W13	1.0 um	L13	0.8 um
W14	18.714 um	L14	0.8 um
Rb	28.28k	Cc	1.621pf

将表 4.1 中的尺寸参数输入网表并进行仿真，将测量得到的各个性能指标列入下表。并将同时手工设计的运放的仿真结果与之比较。

表格 4.2

设计指标	Specification	手工设计的 HSPICE 仿真 所达到的指标	对带宽优化 MATLAB 程序 所达到的指标	对带宽优化 HPICE 仿真所 达到的指标
静态功耗	$\leq 2\text{mW}$	1.99mW	2mW	1.71mW
开环直流增益	$\geq 80\text{ dB}$	85dB	80dB	84.4dB
单位增益带宽	$\geq 40\text{ MHz}$	51MHz	67 MHz	61 MHz
相位裕量	$\geq 60\text{ degree}$	67 degree	60 degree	62 degree
输入共模电压	固定在2.5V	[1.0V, 3.6V]	[0.25V, 4.1V]	[0V, 3.6V]
输出动态范围	[0.5V, 4.5V]	[0.4V, 4.6V]	[0.5V, 4.5V]	[0.5V, 4.5V]
转换速率	$\geq 30\text{ V/us}$	35 V/us	50 V/us	30.5 V/us
共模抑制比	$\geq 60\text{dB}$	89dB	83.5dB	89.5dB
等效输入噪声	$\leq 300\text{ nV/HZ}$ @1KHz	299nV/HZ @1KHz	300nV/HZ @1KHz	230nV/HZ @1KHz
输入失调电压	$\leq 0.5\text{ mV}$	0.077mV	$\approx 0$	$\approx 0$

首先分析一下表格 4.2 中列出的 MATLAB 与 HSPICE 分别测试的结果。可以看到，用数学优化程序 MOSEK 得到的各个性能指标与输入的公式中的所设定各个限制条件非常接近，而与 SPICE 的仿真结果还有一定的偏差。但偏差一般都比较小（SR 除外），这些偏差主要是由于我所运用的模型的不精确性造成的。由于我使用的数学模型中忽略掉了沟道长度调制效应、阈值电压受衬偏效应影响等因素，导致从电路中提取的数学模型不能精确反映电路的实际工作原理，存在偏差。所以，MATLAB 程序优化得到的各项指标与电路仿真软件 HSPICE 得到的仿真结果存在偏差就很自然了。

另外还需要说明一个问题。尽管在设计指标中转换速率的要求为  $SR \geq 30 \text{ V/us}$ ，但在进行 GP 优化时，我将 SR 的限制条件定为  $SR \geq 50 \text{ V/us}$ 。这是因为在进行 GP 优化时，从电路中提取的关于 SR 的数学模型  $SR = \min \left\{ \frac{I_{DS5}}{C_c}, \frac{I_{DS7}}{C_c + C_L} \right\}$  是一个近似的模型，存在较大的偏

差。在该运放中，偏置电流  $I_{DS5}$  通过管子 M2，或者 M1、M3、M4 对电容  $C_c$  进行充电或者放电；另外，偏置电流  $I_{DS7}$  通过管子 M7，或者偏置电流  $I_{DS6}$  通过管子 M6，对电容  $C_c + C_L$  进行充电或者放电。运放的转换速率定义为这两个中的最小的一个。在该运放的转换过程中， $\frac{I_{DS5}}{C_c}$  是较小的值，所以由它定义了转换速率的大小。然而在实际的转换过程中，这个模型只

是转换速率的近似。因为偏置电流  $I_{DS5}$  通过管子 M2，或者 M1、M3、M4 对电容  $C_c$  进行充放电时，M1 或 M2 何时导通、何时关闭并不能准确地确定，实际上对  $C_c$  进行充放电的平均电流肯定会小于  $I_{DS5}$ ，所以这个模型只能用来作为 SR 的估算，不能反映电路的实际工作情况。这一点在第三章分析手工计算的偏差的时候已经有过分析。因为优化过程是完全按照这个不准确的模型进行的，所以得到的结果肯定存在偏差。基于上述原因，我将 GP 优化时输入的 SR 的限制条件改为  $SR \geq 50 \text{ V/us}$ ，并将得到的参数输入网表进行 SPICE 仿真，仿真的结果 SR 为上表所得的  $30.5 \text{ V/us}$ 。

分析上页的表格 4.2，进而来比较一下这两种设计方法。用手工设计与 GP 优化两种方法分别对运放进行设计，设计结果都达到了所要求的指标，但 GP 优化方法的优势还是显而易见的。首先，GP 优化方法在可以满足其它性能指标的基础上对带宽进行了优化，优化后达到的带宽相对手工设计所得到的带宽有很大的改善。其次，GP 优化方法在满足使带宽达到最大的基础上，并没有使其它所有的性能指标普遍降低，这涉及到灵敏度的问题，即只有个别灵敏度较高的约束条件与带宽之间存在很强的相互限制。而其它的很多灵敏度较低的性能指标并没有因为优化带宽而受到很大影响。例如上表中，相比手工设计的结果，用 GP 方法得到的运放在优化带宽的同时，还具有更低的静态功耗、更低的等效输入噪声等等。最后一点，也是我觉得最为重要的一点，是 GP 优化方法可以做到高效率的“设计复用”！用数学公式将电路准确、完整地描述成一系列等式与不等式之后，就相当于完成了一个具体电路的 CAD 软件。如果想对其它的性能指标（例如：面积、噪声、转换速率等等）进行优化设计，或者又要设计完全不同性能指标的运放，都可以将现成的优化程序稍做修改，仅仅花几分钟时间就能完成一个性能优越的运放的设计，这对手工设计来讲是不可想象的！

## §4.5 设计不足与讨论

我的设计工作还存在一些不完善并且有待改进的地方，但由于时间的限制，这些工作只能留待以后完成，这里仅对这些方面稍加讨论。

首先，我在 GP 优化的过程中，忽略掉了沟道长度调制效应的影响，即在 GP0 模型（见附录的电流表达式中，将  $I_{ds} = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) V_{eff}^2 (1 + \lambda V_{DS})$  简化为  $I_{ds} = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) V_{eff}^2$ 。这肯定会对优化结果产生一点的影响，使得最后的结果只是接近最优值。因此，应该将沟道调制效应考虑进去，将前一次优化的结果获得的各个节点电压迭代回去，更新  $V_{DS}$ ，并重新进行优化。迭代若干次，以达到较为精确的值。

其次，还要考虑阈值电压  $V_T$  的精确性。因为阈值电压会受到衬偏效应影响，即：

$$V_T = V_{T0} + \gamma \left( \sqrt{2\Phi_F + V_{SB}} - \sqrt{2\Phi_F} \right),$$

其中  $\gamma$  称为衬偏系数， $V_{SB}$  是源与衬底的电压差。

所以应该将衬偏效应同样也考虑进去，在迭代更新  $V_{DS}$  的同时，也将各个管子的  $V_{SB}$  进行迭代，带入  $V_T$  计算公式，将更新后的  $V_T$  再参与优化。将沟道调制效应和衬偏效应考虑之后，将可以得到更为精确的全局最优结果。

最后，是涉及到模型精确性的问题。因为 GP0 模型仅仅对长沟道器件是比较准确的，但随着器件尺寸的不断缩小，短沟道效应越来越明显，GP0 模型将会产生较大的误差。这就需要建立新的并且可以对它进行 GP 优化的模型，例如[2]中介绍的 GP1 模型，和[5]中介绍的  $\alpha - A(\alpha - Analog)$  模型。

还应该指出的是，GP 优化方法不仅仅适合于两极运算放大器的设计，它对任何满足几何规划条件的工程问题都适合，其关键步骤就是将工程上的优化问题通过数学模型的抽象，转化为由数学上的等式与不等式作为条件限制的几何规划问题。

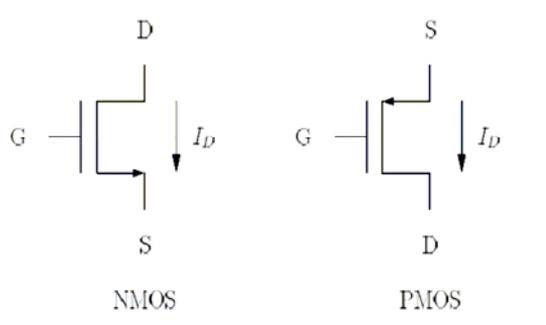
## 附录

一、手工计算与 SPICE 仿真中用到的 LEVEL1 模型参数：

```
.model nmos nmos (level=1
+           vt0=0.7 kp=103.6u tox=200e-10 gamma=0.298 phi=0.688
+           lambda=0.03 ld=0.2u u0=600 tpg=1 rsh=40 js=0.753u
+           nsub=8e15 cj=271u cjsw=600p mj=0.5 mjsw=0.5 pb=0.904
+           cgso=692p cgdo=692p nlev=2 kf=4e-24 ka=1)
.model pmos pmos (level=1
+           vt0=-0.9 kp=34.5u tox=200e-10 gamma=0.471 phi=0.730
+           lambda=0.06 ld=0.2u u0=200 tpg=-1 rsh=60 js=0.176u
+           nsub=2e16 cj=423u cjsw=1.2n mj=0.5 mjsw=0.5 pb=0.928
+           cgso=692p cgdo=692p nlev=2 kf=2e-24 ka=1)
```

二、GP0 MOS 模型简介

在这，简单描述一下在几何优化问题中涉及到得MOSFET 的大信号和小信号模型。并将LEVEL1模型进行一些近似，使其适合于几何优化问题。



MOS 管模型符号

### 1. 大信号模型

在CMOS 模拟电路中，绝大多数情况下MOS 管是工作在饱和区。对于NMOS 管工作在饱和区的条件是：

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TN}$$

当NMOS 处在饱和区时，其漏源电流  $I_{DS}$  为：

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right) (V_{GS} - V_{TN})^2 (1 + \lambda_n V_{DS})$$

其中L, W 分别是NMOS 的长和宽， $\mu_n$  是电子迁移率， $C_{ox}$  是单位面积上氧化层电容， $V_{TN}$

为NMOS 管阈值电压值， $\lambda_n$  沟道长度调制系数。

由于几何优化问题中多项式函数的要求，我们忽略沟道长度调整效应。漏源 $I_{DS}$  电流简化为：

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left( \frac{W}{L} \right) (V_{GS} - V_{TN})^2$$

同样，对于PMOS 管工作在饱和区的条件是：

$$V_{DS} \leq V_{GS} - V_{TP}$$

当PMOS 处在饱和区时，其漏源电流  $I_{DS}$  为：

$$I_{DS} = -\frac{1}{2}\mu_p C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) (V_{GS} - V_{TP})^2 (1 - \lambda_p V_{DS})$$

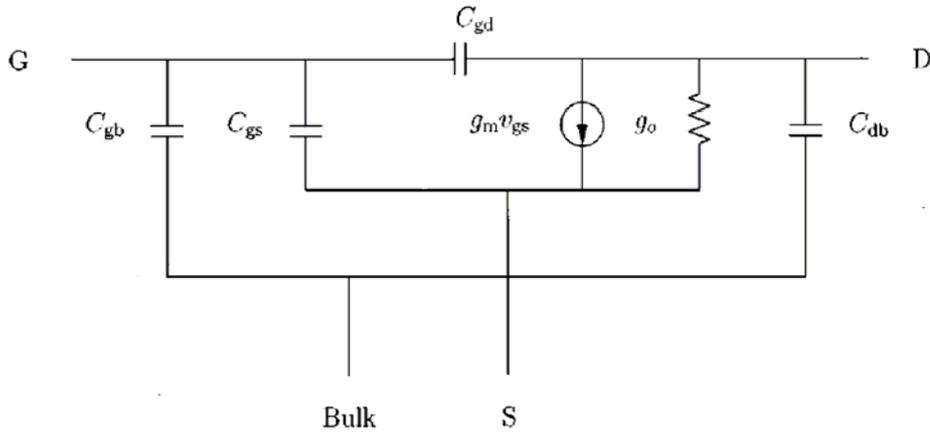
其中L, W 分别是PMOS 的长和宽， $\mu_p$  是空穴迁移率， $C_{ox}$  是单位面积上氧化层电容， $V_{TP}$  为PMOS 管阈值电压值， $\lambda_p$  沟道长度调制系数。

由于几何优化问题中多项式函数的要求，我们忽略沟道长度调整效应。漏源  $I_{DS}$  电流简化为：

$$I_{DS} = -\frac{1}{2}\mu_p C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right) (V_{GS} - V_{TP})^2$$

## 2. 小信号模型

如下图所示，为工作在饱和区的MOS 管的小信号模型。



饱和区的MOS 管的小信号模型

忽略沟道长度调制效应，

$$\text{跨导 } g_m = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}} = \sqrt{2\mu_0 C_{ox} \frac{W}{L}}$$

$$\text{输出导纳 } g_o = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = \lambda I_{DS}$$

栅极电容是栅氧化层电容与交迭电容之和：

$$C_{GS} = \frac{2}{3}WLC_{ox} + WL_D C_{ox}$$

其中 $L_D$  是横向扩散长度。

源到衬底的结电容：

$$C_{SB} = \frac{C_{SB0}}{\left(1 + \frac{V_{SB}}{\phi_0}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

其中  $C_{SB0} = C_j L_s W + C_{jsw} (2L_s + W)$ ， $\phi_0$  为结内建势， $L_s$  为源扩散长度。

漏到衬底的结电容:

$$C_{DB} = \frac{C_{DB0}}{\left(1 + \frac{V_{DB}}{\phi_0}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

其中  $C_{DB0} = C_j L_D W + C_{jdw}(2L_D + W) = C_{SB0}$ ,  $\phi_0$  为结内建势,  $L_D = L_S$  为源扩散长度。

栅到漏底交迭电容:

$$C_{GD} = W C_{ox} L_D$$

因为  $V_{SB}$ 、 $V_{DB}$  是与设计变量相独立的, 因此  $C_{SB}$ 、 $C_{DB}$  不是多项式。

在我们设计的运算放大器中, 有关系的管子共有六个, 分别是 M1, M2, M3, M4, M6, M7。它们的  $V_{SB} = 0$ , 因此  $C_{SB} = C_{SB0}$  是一个多项式。而  $V_{DB}$  的值必须给定一个估计值。

M1, M2, M3, M4 四个 MOS 管的漏极电压是  $V_{G6} = V_{TN} + V_{SS} + \Delta V_0$ , ( $\Delta V \approx 200m$ ), M6、M7

的漏极电压是运算放大器的输出电压, 静态输出电压是电源电压的中间  $\frac{1}{2}(V_{DD} - V_{SS})$ 。

所以它们的漏-衬底电容分别是:

$$C_{DB1} = C_{DB2} = \frac{C_{DB0,1}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{TN} - \Delta V - V_{SS}}{\phi_0}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$C_{DB3} = C_{DB4} = \frac{C_{DB0,3}}{\left(1 + \frac{V_{TN} + \Delta V}{\phi_0}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$C_{DB6} = \frac{C_{DB0,6}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{SS}}{2\phi_0}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$C_{DB7} = \frac{C_{DB0,7}}{\left(1 + \frac{V_{DD} - V_{SS}}{2\phi_0}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

## 参考文献

- [1] Behzad Razavi 著, 陈贵灿等译 《模拟 CMOS 集成电路设计》 西安交通大学出版社, 2002.12
- [2] Maria del Mar Hershenson , Stephen P. Boyd,“Optimal Design of a CMOS Op-Amp via Geometric Programming”, IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 20, pp.1-21, Jan. 2001.
- [3] 唐长文, “CMOS运算放大器设计优化方法研究”
- [4] Paul R. Gray, Robert G. Meyer ,“MOS Operational Amplifier Design----A Tutorial Overview”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol.SC-17, NO.6, Dec 1982
- [5] Pradip Mandal , V.Visvanathan, “CMOS Op-Amp Sizing Using a Geometric Programming Formulation”, IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 20, pp. 22-38, Jan. 2001.

## 致谢

非常感谢我毕业论文的指导老师唐长文博士,是他一次次的悉心指导、耐心点拨和热心鼓励,才使得我能够从困难中得到帮助与启发,并且最终完成这个课题的研究工作,在此要向他表示衷心的感谢!同时还要感谢在大学四年中我的所有授课老师和所有帮助过我的同学们和朋友们!谢谢你们!